



Etudes sur le lancer de rayons spectral

Jean Claude Lehl

► To cite this version:

Jean Claude Lehl. Etudes sur le lancer de rayons spectral. Multimédia [cs.MM]. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne; Université Jean Monnet - Saint-Etienne, 2000. Français. NNT : 2000STET4023 . tel-00822872

HAL Id: tel-00822872

<https://theses.hal.science/tel-00822872>

Submitted on 15 May 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ECOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DES MINES DE SAINT-ETIENNE

UNIVERSITÉ JEAN MONNET
DE SAINT-ETIENNE

N° d'ordre : 245 ID

THESE

Présentée par Jean Claude Iehl

pour obtenir le titre de

Docteur

DE L'UNIVERSITE JEAN MONNET DE SAINT-ETIENNE ET DE
L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES MINES DE SAINT-ETIENNE

Spécialité Informatique, Synthèse d'images

Études sur le lancer de rayons spectral

Soutenue à Saint-Etienne, le 16 novembre 2000

Composition du jury :

Patrick Callet
Karol Myszkowski

Rapporteurs

Kadi Bouatouch
Bernard Péroche
Alain Trémeau

Examineurs

ECOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DES MINES DE SAINT-ETIENNE

UNIVERSITÉ JEAN MONNET
DE SAINT-ETIENNE

N° d'ordre : 245 ID

THESE

Présentée par Jean Claude Iehl

pour obtenir le titre de

Docteur

DE L'UNIVERSITE JEAN MONNET DE SAINT-ETIENNE ET DE
L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES MINES DE SAINT-ETIENNE

Spécialité Informatique, Synthèse d'images

Études sur le lancer de rayons spectral

Soutenue à Saint-Etienne, le 16 novembre 2000

Composition du jury :

Patrick Callet
Karol Myszkowski

Rapporteurs

Kadi Bouatouch
Bernard Péroche
Alain Trémeau

Examineurs

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse, Bernard Péroche, pour sa confiance et sa disponibilité, au long de ces quatre années, mais aussi pour m'avoir laissé toute liberté, notamment en matière d'horaires.

Le quatrième, sa table et sa cafetière, ont été particulièrement présents et vous avez su créer, malgré moi, je suppose, une ambiance particulièrement agréable.

Un merci particulier aux membres du jury qui n'ont pas hésité à faire de nombreuses remarques sur le manuscrit et la présentation. J'espère que les corrections apportées permettront de lever les dernières ambiguïtés. Je ne sais toujours pas comment nommer correctement ces photons, si particuliers, si omniprésents, peut être que lumel??

quatre ans

j'ai

croisé, multiplié, rencontré, aimé, detesté,
merci de nuancer chaque instant,

à le rendre éclatant

J'étale la lumière au sol et je la pousse, comme la marée pousserait dans un coin les objets qu'elle charrie. Je la jette contre le mur dans un geste qui l'affecte matériellement. Je ne cherche pas à organiser esthétiquement la lumière. D'ailleurs, elle passera inévitablement pour organisée. De ce point de vue, elle est implacable. Elle nettoie tout. C'est quelque chose de beau mais d'un peu inquiétant. La lumière n'a jamais l'air de mal tourner ; elle est toujours à sa place.

Elle se forme, voilà tout. S'il y a un trou, la lumière passera à travers. Il y a aussi cette idée qu'il n'y aurait pas d'obscurité parce qu'il y a toujours de la lumière. En voilà une idée stimulante ! Il y a aussi l'idée que la lumière est la distance la plus courte entre deux points. Il y aura toujours de la lumière entre les étoiles.

Bill Culbert 1994.

Table des matières

1	Introduction	9
1.1	Objectifs	9
1.2	Organisation	10
2	L'œil, la lumière, les objets et la couleur	11
2.1	Radiométrie	13
2.1.1	La lumière	13
2.1.2	Les matériaux	15
2.1.3	Interactions lumière-matériaux	17
2.1.4	Modèles analytiques de matériaux	21
2.1.5	Le modèle de Schlick	21
2.2	Physiologie de l'œil	24
2.2.1	L'œil	25
2.2.2	La rétine	26
2.2.3	Voies nerveuses et cortex	29
2.3	Perception	30
2.3.1	Apparence colorée	31
2.3.2	Teintes élémentaires et binaires	31
2.3.3	Couleurs primaires	31
2.3.4	Adaptation visuelle	32
2.3.5	Adaptation chromatique, constance et contraste de couleur . . .	33
2.3.6	Métamérisme	33
2.3.7	Phénomène de Belzold-Brücke	34

2.3.8	Phénomène de Helmholtz-Kohlrausch	34
2.3.9	Masquage	34
2.3.10	Sensibilité au contraste	35
2.4	Photométrie	36
2.4.1	Grandeurs photométriques	37
2.5	Colorimétrie	38
2.5.1	Espaces colorimétriques uniformes	40
2.5.2	Sources de lumière	42
2.5.3	Matériaux et interactions	42
2.6	Modèles de vision	44
2.7	Fidélité couleur en images de synthèse	46
3	Techniques de rendu	49
3.1	Equation de rendu	50
3.2	Méthodes de calculs	50
3.2.1	Différents types de chemins lumineux	50
3.2.2	Utilisation de l'équation de rendu	51
3.2.3	Intégration numérique: Monte Carlo	52
3.2.4	Estimation de densité	55
3.2.5	Cartes, répartitions de photons	59
3.3	Rendu spectral	62
3.3.1	Travaux antérieurs	62
3.4	Contrôle perceptuel	64
3.4.1	Travaux antérieurs	64
4	Calculs spectraux	67
4.1	Intégration numérique	67
4.2	Représentations de données spectrales	70
4.2.1	Projection sur une base de fonctions	70
4.2.2	Autres méthodes	71
4.3	Représentation adaptative	73
4.3.1	Représentation d'un spectre	73

4.3.2	Représentation des sources de lumière	75
4.3.3	Représentation des fonctions colorimétriques	78
4.3.4	Représentation des matériaux	78
4.3.5	Représentation progressive	82
4.4	Opérations	86
4.4.1	Produit	86
4.4.2	Somme	88
4.4.3	Produit par une constante	88
4.4.4	Intégration colorimétrique Obtention du tristimulus d'une représentation adaptative	89
4.5	Expressions de rendu	90
4.6	Choix d'un seuil	92
4.7	Rendu adaptatif vs classique	94
4.8	Résultats	94
4.9	Quelques idées	97
5	Rendu local	99
5.1	Rendu d'objets opaques	99
5.1.1	Construction des expressions	100
5.1.2	Résultats	102
5.2	Rendu d'objets transparents	104
5.2.1	Principe	104
5.2.2	Construction de la carte de photons moyenne	107
5.2.3	Calcul de la luminance par estimation de densité	108
5.2.4	Construction progressive des cartes de photons dispersives	109
5.2.5	Résultats	109
5.3	Quelques idées	111
6	Rendu global	115
6.1	Séparation des chemins lumineux	115
6.1.1	Principe	116
6.1.2	Expressions mixtes	117

6.2	Propagation de photons guidée par importance	119
6.2.1	Principe	120
6.2.2	Calcul du potentiel en un point	121
6.2.3	Contrôle de l'émission des sources de lumière	123
6.2.4	Contrôle de la réflexion sur les objets diffus	123
6.2.5	Construction d'une <i>pdf</i> et tirage par importance	124
6.2.6	Résultats	126
6.3	Visualisation directe	127
6.3.1	Principe	127
6.3.2	Suivi de photons	128
6.3.3	Estimation de densité	128
6.3.4	Résultats	128
6.4	Visualisation indirecte	130
6.4.1	Principe	130
6.4.2	Estimation de l'éclairement global	131
6.4.3	Choix du nombre d'échantillons	131
6.4.4	Transport 3 points	133
6.4.5	Interpolation	134
6.4.6	Résultats	136
6.5	Rendu indirect d'objets transparents	137
6.6	Quelques idées	140
7	Conclusions et perspectives	141

Chapitre 1

Introduction

Depuis son origine, la synthèse d'images a notamment poursuivi un but, donner l'illusion du réel. De nombreux efforts ont été consacrés à cette recherche, mais il aura fallu attendre le milieu des années 80 pour obtenir quelques résultats convaincants et réellement encourageants. Depuis, les algorithmes de synthèse d'images simulent de manière physiquement correcte de plus en plus de phénomènes lumineux. Cependant, un aspect important a souvent été négligé en raison de la masse de calculs réputée nécessaire à sa simulation correcte : le caractère spectral de la lumière et de la vision des couleurs. Cette thèse se propose de vérifier une hypothèse : est-il possible de rendre cette simulation plus efficace en adaptant la précision des calculs aux limites du fonctionnement de l'œil, ou plutôt du système visuel humain. En effet, ce n'est que récemment que les connaissances acquises en étudiant le système visuel ont été utilisées pour guider les calculs de synthèse d'images. Jusqu'à présent, quasiment aucun travaux n'ont concerné l'application des connaissances psycho-visuelles au rendu spectral. La lecture de ce document montrera qu'il est possible de concevoir des algorithmes spécifiques permettant de réduire la quantité de calculs d'un facteur dix sans altérer significativement la qualité des images obtenues. De plus, les méthodes proposées permettent de contrôler, dans la plupart des cas, la qualité de la simulation réalisée.

1.1 Objectifs

Cette thèse se situe dans le prolongement des recherches de Jacques Zaninetti [Zan98] et de Gilles Rougeron [Rou98]. Le premier s'était attaché à la simulation efficace de la propagation de la lumière et de ses interactions avec les objets d'une scène, et le second aux aspects spectraux de la représentation des couleurs.

En s'appuyant sur la représentation de l'énergie proposée par G. Rougeron, nous allons présenter une nouvelle classe d'algorithmes s'adaptant à la complexité de la simulation à réaliser, tout en contrôlant l'erreur commise, l'objectif principal étant de réaliser le minimum de calculs permettant d'obtenir une qualité d'image choisie *a priori*. Les

simulations développées incluent la prise en compte de la distribution d'énergie de la lumière et de la sensibilité spectrale de l'œil.

L'expérience acquise par J. Zaninetti, lors de ses recherches sur la simulation de la propagation et des interactions lumière-matière, nous permettra d'éviter de nombreux écueils en orientant le type de solution recherchée. Bien que les algorithmes décrits dans ce document soient, au final, très différents de ceux présentés par J. Zaninetti, sa contribution est omniprésente.

1.2 Organisation

Ce document est organisé en trois parties principales :

- les chapitres 2 et 3 rappellent quelques notions nécessaires, sur l'œil, la lumière, les objets et la couleur et sur quelques techniques de rendu.
- le chapitre 4 présente la base des calculs spectraux ainsi que la représentation de l'énergie de G. Rougeron. La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à l'extension de la représentation de l'énergie aux *expressions de rendu*. Ces expressions symboliques constituent la base de tous les algorithmes présentés par la suite.
- les chapitres 5 et 6 présentent les méthodes développées spécialement pour les *expressions de rendu*. Le chapitre 5 traite de rendu local. Une première méthode pédagogique limitée aux objets opaques sera ensuite généralisée afin de pouvoir simuler la propagation de la lumière dans les matériaux transparents. Le chapitre 6 introduit plusieurs extensions des expressions de rendu afin de simuler l'éclairage global de la scène.

Finalement, une conclusion et quelques perspectives achèveront la lecture de cette thèse. Les tirages couleurs des images sont regroupés en annexe.

Chaque chapitre se termine par l'exposé de quelques idées qui semblent prometteuses ou par l'expérience acquise au cours de ces recherches.

Chapitre 2

L'œil, la lumière, les objets et la couleur

Qu'est ce que la couleur ?

Nous pouvons éventuellement réduire la couleur à la sensation visuelle produite par la lumière stimulant l'œil, mais c'est oublier l'interprétation et la signification de ce que nous voyons. L'étude de la couleur relève de plusieurs domaines :

- la physique (l'électromagnétisme, plus précisément), qui explicite les interactions particulièrement complexes de la lumière et des matériaux,
- la physiologie, qui décrit le fonctionnement du système visuel humain,
- la psychologie, qui étudie comment une sensation visuelle est structurée et interprétée, avec ses innombrables variations culturelles,
- les arts, qui s'attacheraient plutôt à la signification des relations entre les couleurs, qu'il s'agisse d'harmonies, d'associations ou d'oppositions. Cette démarche est clairement à l'opposé de l'approche scientifique qui se limite souvent à l'étude de couleurs isolées.

Il existe une lutte historique entre ces différents domaines qui proposent d'aborder la couleur de manières totalement différentes ; il serait dommage d'oublier les apports de chaque domaine et de se cantonner à une seule approche technique.

Pour donner une idée de la diversité et de la complexité des phénomènes physiques pouvant créer ou altérer une couleur, nous nous permettrons de faire un rapide résumé de l'introduction de "Couleur - lumière, Couleur - matière" de P. Callet [Cal98].

Tout d'abord, il faut se rendre compte qu'il existe deux catégories de couleurs qui relèvent de phénomènes différents. Lorsque l'on observe un écran informatique, par exemple, on se trouve devant une multitude de sources de lumières, les luminophores de

l'écran, qui produisent ce que l'on peut appeler une *couleur-lumière*. Observons maintenant un objet. Sa couleur est le résultat des interactions de la lumière avec sa matière, une *couleur-matière*. Ces catégories forment les *modes d'apparence* d'une couleur.

Les couleurs-matières sont produites par les interactions entre la lumière et une composition de matières. Il faudra dissocier les matières selon leur nature : métaux et alliages ou composés minéraux et organiques. Cette séparation n'est pas suffisante. L'état de la surface d'un objet, sa rugosité, est responsable des phénomènes les plus facilement observables : un aspect mat ou brillant, par exemple. Il faudra aussi s'intéresser à la manière dont sont composées ces matières, en couches superposées plus ou moins épaisses ainsi qu'à l'homogénéité de chaque couche. En effet, la plupart des matériaux courants sont constitués de couches renfermant des particules de matières et de dimensions variables, les peintures, les verres et la peau en sont des exemples banals mais effroyablement complexes.

Tout cela ne constitue néanmoins qu'une première étape. L'ensemble inorganisé de lumières qui atteint l'œil n'est reconnaissable que par un humain qui pourra identifier des sources de lumières, des ombres, des reflets, des personnes, des objets courants, des mouvements ou des distances. Ces quelques exemples permettent de se rendre compte que ces éléments sont plus ou moins présents dans tout ce que nous voyons et que nous pouvons les grouper en *classes d'apparence*. Les principales sont la *forme*, la *couleur*, la *brillance*, la *transparence* et la *texture*. La géométrie des objets est décrite par la forme et la texture ainsi que, dans certains cas, la brillance. La couleur et la texture permettent de décrire la matière. La perception des formes est aussi liée au toucher, en plus des informations visuelles. La couleur n'est, par contre, qu'une information purement visuelle. Cependant, ces différentes classes d'apparence ne permettent pas de décrire complètement une impression, il faut souvent la compléter comme le souligne le philosophe Merleau-Ponty (extrait de [Sèv96], page 10) : es aspects se signifient l'un l'autre avec une équivalence absolue... Impossible de décrire complètement la couleur du tapis sans dire que c'est un tapis, un tapis de laine, et sans impliquer dans cette couleur une certaine valeur tactile... La chose est ce genre d'être dans lequel la définition complète d'un attribut exige celle du sujet tout entier et où par conséquent le sens ne se distingue pas de l'apparence totale.

L'organisation de ce que nous voyons n'est pas innée, mais résulte [Sèv96] : 'une maturité mettant en jeu de nombreux éléments qui participent à l'élaboration d'une réponse mentale complexe, correspondant à l'expérience consciente que nous avons du monde... L'organisation intelligible du champ visuel résulte aussi du langage, comme de facteurs éducatifs et culturels, seuls à même d'établir une correspondance entre le perçu visuel et les désignations de couleurs et d'apparence, puis de leur attacher une symbolique. On ne sera pas surpris que, même chez le daltonien, la cerise mûre soit qualifiée de rouge et de verte la feuille voisine. On passe donc d'une détection sensorielle, à une identification perceptive, puis cognitive.

La photométrie, la colorimétrie, la physiologie et la psychologie étudient ces relations. La radiométrie étudie la propagation et le comportement des ondes électromagné-

tiques que nous percevons comme étant la lumière. Cette étude physique ne suffit pas à expliquer les réactions complexes du système visuel humain et il faudra compléter cette approche par la photométrie qui relie les grandeurs physiques aux réactions de l'œil. La photométrie est la base de l'étude de la couleur qui est complétée par la colorimétrie qui étudie l'apparence visuelle des couleurs.

Une synthèse des connaissances actuelles de ces disciplines dépasse largement le cadre de ce mémoire. Les sections suivantes se limiteront à présenter les quelques notions nécessaires à sa lecture. De même, je m'abstiendrai de tout commentaire sur l'art, ma culture dans le domaine étant notoirement insuffisante.

2.1 Radiométrie

Un rayonnement énergétique peut être interprété en tant qu'onde ou en tant que particule selon le type de phénomène à étudier et la théorie qui permet de le décrire.

2.1.1 La lumière

Les ondes qui composent la lumière sont décrites par une fréquence, une vitesse de propagation (ces deux informations pouvant être exprimées à l'aide de la longueur d'onde), un champ électrique et un champ magnétique. L'angle de polarisation d'une onde est l'angle formé par les plans définis par le champ électrique et la direction de propagation, d'une part, et par la normale à la surface et la direction de propagation, d'autre part. Les champs électrique et magnétique se propagent dans la même direction à la vitesse c , d'environ $300\,000\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ dans le vide. A l'intérieur d'un matériau cette vitesse diminue et dépend de la fréquence. La propagation de ces deux champs est rectiligne dans les milieux homogènes et isotropes.

Le domaine d'ondes électromagnétiques auquel est sensible l'œil est souvent défini par un intervalle de longueurs d'ondes dans l'air : 380nm à 780nm . La *Commission Internationale à l'Eclairage* a recommandé ces valeurs après de nombreux débats [Sèv96].

L'énergie s'exprime en Joules (J). Chaque particule transporte une quantité d'énergie qui dépend de la fréquence de l'onde électromagnétique associée. Le flux énergétique exprime, en Watts ($J \cdot \text{s}^{-1}$), la quantité d'énergie qui atteint ou quitte une surface par unité de temps. Le flux énergétique est lié au nombre de particules en mouvement et à l'énergie qu'elles transportent, il sera noté $\phi(x, \vec{\omega})$ dans la suite.

La dépendance envers la longueur d'onde est implicite pour toutes les grandeurs radiométriques, elle ne sera pas rappelée dans la suite du document.

Le lecteur intéressé pourra trouver des développements assez complets dans différents ouvrages de référence [Gla95], [PGMR98], [Cal98].

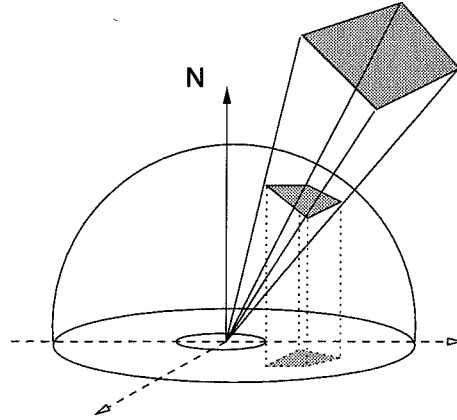


FIG. 2.1 – Angles solides

2.1.1.1 L'éclairement

L'éclairement E ($W \cdot m^{-2}$) est le flux énergétique incident total, par unité de surface. Il se calcule en intégrant le flux élémentaire en fonction de la luminance incidente L_i déduite de l'équation 2.2 :

$$E(x) = \int_{\Omega_i} \frac{d^2\phi}{dA} = \int_{\Omega_i} L_i(x, \vec{\omega}_i) \cos \theta_i d\omega_i \quad (2.1)$$

où Ω_i représente l'ensemble des directions incidentes.

2.1.1.2 La luminance

La luminance $L(x, \vec{\omega})$ ($W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}$) est le flux lumineux émis par une surface en un point x , dans une direction $\vec{\omega}$, par unité de surface dA et par unité d'angle solide projeté $\cos \theta d\omega$.

NOTE : l'angle solide est une mesure de l'ouverture du cône englobant une surface S , il s'exprime en stéradian (sr). Il correspond aussi à la surface de la projection sur une sphère unitaire centrée en x de la surface S . L'angle solide projeté est l'aire de la projection sur le plan tangent au point x de l'angle solide associé à la surface S . La figure 2.1 éclairera certainement ces définitions.

L'angle θ est l'angle d'incidence, mesuré entre la direction $\vec{\omega}$ et la normale à la surface au point x :

$$L(x, \vec{\omega}) = \frac{d^2\phi(x, \vec{\omega})}{dA \cos \theta d\omega} \quad (2.2)$$

La luminance reste constante le long d'un chemin lumineux exempt de phéno-

mènes d'absorption ou d'interférences. Parmi les différentes grandeurs définies par la radiométrie, la luminance permet d'exprimer directement la réaction du système visuel. La connaissance de sa répartition sur les surfaces visibles d'une scène permettra de reconstituer une image.

2.1.1.3 La radiosité ou exitance

La radiosité, ou exitance, M ($W \cdot m^{-2}$) est le flux énergétique total rayonné par une surface :

$$M(x) = \int_{\Omega_r} L_r(x, \vec{\omega}_r) \cos \theta_r d\omega_r \quad (2.3)$$

où Ω_r représente l'ensemble des directions rayonnées et $L_r(x, \vec{\omega}_r)$ la luminance rayonnée dans la direction $\vec{\omega}_r$ par un élément de surface élémentaire centré en x .

2.1.1.4 L'intensité

La luminance décrit le flux énergétique émis ou reçus par une surface. Dans certains cas, il est intéressant de connaître le flux énergétique. Il faut alors introduire l'intensité I ($W \cdot sr^{-1}$) qui est le flux énergétique par unité d'angle solide :

$$I(x, \vec{\omega}) = \frac{d\phi(x, \vec{\omega})}{d\omega} \quad (2.4)$$

2.1.2 Les matériaux

Avant de nous intéresser à la simulation des interactions de la lumière et des matériaux, nous allons en décrire quelques exemples.

Tous les matériaux n'interagissent pas avec la lumière de la même manière. Il faut, par exemple, distinguer les métaux et alliages, qui sont des conducteurs électromagnétiques, des composés minéraux et organiques, qui doivent autant leur coloration à des interactions chimiques qu'à la présence fréquente de particules de dimensions et de formes différentes. Les matériaux courants sont constitués de plusieurs couches de caractéristiques différentes qui vont interagir avec la lumière incidente. L'aspect d'un objet mat ou brillant est directement lié à l'état de la surface externe de l'objet.

Le lecteur intéressé pourra consulter plusieurs ouvrages de références pour de plus amples détails, tant physiques que phénoménologiques [Cal98] [PGMR98] [Gla95].

2.1.2.1 Les métaux et alliages

Les métaux réfléchissent la quasi-totalité de la lumière incidente. Leur coloration est, en grande partie, due à la lumière incidente. Ils en modifient néanmoins la polarisation, phénomène qui peut être source de coloration.

Le cas des alliages est nettement plus complexe : il est nécessaire de considérer les espèces mélangées. En effet, il existe deux types d'alliages :

- *les alliages de substitution* : certains atomes d'un constituant sont remplacés par ceux d'un autre. Les laitons (cuivre et zinc) et les bronzes (cuivre et étain) sont parmi les plus connus. Les relations entre leur comportement optique et leur structure ne sont pas encore complètement connus (cf. [Cal98], page 63).
- *les alliages interstitiels* : comme l'acier, par exemple, qui est un mélange de fer et de carbone. Les atomes d'un constituant sont suffisamment petits pour pouvoir s'introduire entre les atomes de l'autre.

2.1.2.2 Les composés minéraux

Les composés minéraux comme les verres, les cristaux, les émaux mais aussi certains pigments de peinture agissent sur la lumière incidente de plusieurs manières :

- *la structure cristalline* : par exemple, les cristaux orthorombiques sont vert-jaune, les cristaux monocliniques sont jaune-orange et les cristaux tétragonaux sont violets ;
- *la concentration* : les solutions concentrées apparaîtront plus rouge, alors que les solutions étendues apparaîtront plus verte ;
- *la dimension et la forme des pigments* : les peintures sont des milieux hétérogènes où plusieurs effets se cumulent pour colorer la lumière réfléchie. La dimension des particules des pigments influe directement sur la coloration observée. Si les pigments sont d'une dimension supérieure à la longueur d'onde, la coloration du composé dépendra de la bande de longueur d'onde absorbée. Au contraire, lorsque les pigments sont d'une taille inférieure à la longueur d'onde, l'absorption diminue et la coloration est dominée par la diffusion de la lumière par ces petites particules. Par exemple, lors du concassage en grains, la poudre cristalline devient de plus en plus blanche. Dans d'autres cas, on peut passer d'un orange à un jaune (sulfate de cadmium), en broyant des grains quinze fois plus petits ;
- *réactions chimiques inter atomiques/ioniques* : leur étude relève de la mécanique quantique mais constitue un facteur important de coloration.

2.1.2.3 Les composés organiques

Les composés organiques comme les teintures, les colorants alimentaires (E160B, au hasard, extrait d'une graine de rocou qui donne une coloration rouge orangée...cf. [Cal98], page 87), mais également certains pigments utilisés dans les peintures se comportent d'une manière similaire aux composés minéraux : ce sont aussi des réactions chimiques inter atomiques/ioniques qui sont la principale cause de la coloration observée. Cependant, les composés organiques se présentent sous une forme généralement plus homogène que les composés minéraux et les phénomènes de dispersion de la lumière par de fines particules sont bien moins importants.

2.1.2.4 Les matériaux à couches

Tout cela serait encore simple, si ces différents matériaux ne se présentaient souvent sous forme de plusieurs couches, une peinture vernie, par exemple, où plusieurs couches de peintures fabriquées avec des pigments de dimensions et d'absorptions différentes sont utilisées. Les phénomènes de diffusion deviennent alors particulièrement importants, puisque chaque couche agit sur la lumière incidente et la transmet à une autre couche qui elle-même...

2.1.2.5 La rugosité de la surface externe

L'état de la surface d'un objet n'est pas parfait mais comporte de nombreuses traces ou défauts d'échelles différentes. Elles peuvent provenir de l'usure par frottement, d'une fabrication particulière (polissage ou défaut de moulage, par exemple) ou être tout simplement le résultat de réactions internes du matériau (oxydation des métaux, par exemple). La présence de ces déformations, micro ou macroscopiques, joue un rôle prépondérant dans l'aspect du matériau. L'étude des interactions lumière-matériaux doit en tenir compte.

2.1.3 Interactions lumière-matériaux

Nous pouvons classer les lois qui décrivent les interactions entre la lumière et les matériaux selon leurs hypothèses fondatrices. En effet, aucune loi ne permet de prendre en compte le cas général. Nous décrirons brièvement les lois de la réflexion et de la réfraction de Descartes-Snell qui permettent de déterminer les directions réfléchie et incidente ainsi que les facteurs de Fresnel qui expriment le rapport entre les énergies réfléchie et réfractée. Ces lois sont applicables lorsque l'interface séparant deux milieux homogènes est parfaitement plane (à l'échelle de la longueur d'onde étudiée). Les interfaces rugueuses relèvent de théories nettement plus complexes dont nous abandonnons l'exposé à de nombreux ouvrages de référence. Nous nous contenterons ici de décrire quelques modèles de comportement de la lumière déduits de ces théories.

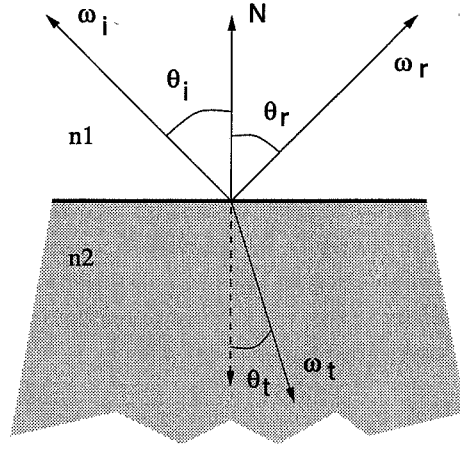


FIG. 2.2 – notations des interactions parfaites

2.1.3.1 Interface plane parfaite

Les milieux homogènes sont décrits par un indice de réfraction, qui exprime pour chaque longueur d'onde, la vitesse de propagation de la lumière. Ainsi, lorsqu'un rayonnement électromagnétique rencontre une interface parfaitement plane séparant deux milieux homogènes d'indices de réfraction n_1 et n_2 , une partie de l'énergie est réfléchi et l'autre est transmise de l'autre côté de la surface. Les ondes réfléchi et réfractée sont dans le plan d'incidence formé par la normale à la surface et la direction de propagation de l'onde incidente, figure 2.2.

- la direction réfléchi $\vec{\omega}_r$ est symétrique, par rapport à la normale \vec{n} , de la direction d'incidence. L'angle réfléchi s'exprime par $\theta_r = \theta_i$ et

$$\vec{\omega}_r = \vec{\omega}_i - 2(\vec{\omega}_i \cdot \vec{n})\vec{n} \quad (2.5)$$

- la direction réfractée $\vec{\omega}_t$ dépend des indices de réfraction et de la direction d'incidence : $\vec{\omega}_t \wedge \vec{n} = \vec{\omega}_i \wedge \vec{n}$, avec $\|\vec{n}\| = 1$, $\|\vec{\omega}_i\| = n_1$, $\|\vec{\omega}_t\| = n_2$. L'angle réfracté s'exprime par $n_2 \sin \theta_t = n_1 \sin \theta_i$ et la direction réfractée par :

$$\vec{\omega}_t = -\frac{n_1}{n_2}\vec{\omega}_i + \left(\frac{n_1}{n_2} \cos \theta_i - \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2 \theta_i} \right) \vec{n} \quad (2.6)$$

Lorsque $\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i \geq 1$, il y a réflexion totale, toute l'énergie incidente est réfléchi.

Les quantités d'énergie réfléchi, notée F_r et réfractée, notée F_t , dépendent, elles aussi, de la longueur d'onde et de la direction d'incidence ; elles sont exprimées par les facteurs de Fresnel. Leur forme générale se simplifie considérablement dans le cas d'une onde plane non-polarisée et d'une interface non-conductrice :

$$F_r = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{\cos(\theta_i + \theta_t)}{\cos(\theta_i - \theta_t)} \right)^2 \right] \quad (2.7)$$

$$F_t = 1 - F_r \quad (2.8)$$

Les expressions complètes pour le cas d'une interface conductrice et d'une onde polarisée se trouvent aisément [PGMR98].

2.1.3.2 Absorption par un milieu homogène

Lorsqu'une onde se propage dans un milieu, son énergie associée est absorbée. Le facteur d'absorption dans un milieu homogène non conducteur s'écrit :

$$F_a = \exp(-kd) \quad (2.9)$$

avec k le coefficient d'absorption et d la distance parcourue dans le milieu. L'unité du coefficient d'absorption est dépendant de l'unité choisie pour exprimer la distance parcourue. Si la distance est exprimée en cm , le coefficient d'absorption aura comme unité cm^{-1} .

Encore une fois, l'expression du cas général peut se trouver dans [PGMR98].

2.1.3.3 Fonction de distribution de la réflectance bidirectionnelle

La caractérisation plus précise de la réflexion d'un matériau, prenant en compte la rugosité de sa surface externe, par exemple, a fait l'objet de nombreux travaux [NRH⁺77], tant théoriques qu'expérimentaux. Ces travaux ont conduit à la formulation d'une *fonction de distribution de la réflectance bidirectionnelle*, usuellement notée *BRDF*, d'après l'acronyme anglais. Cette fonction décrit la répartition d'énergie réfléchie dans toutes les directions, pour toutes les directions d'incidence et pour un domaine de longueurs d'ondes.

La *BRDF*, notée $f_r(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r)$ (unité sr^{-1}), exprime, au point x , le quotient de la luminance réfléchie dans la direction $\vec{\omega}_r$ par l'éclairement de l'élément de surface dA provenant de la direction $\vec{\omega}_i$:

$$f_r(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) = \frac{dL_r(x, \vec{\omega}_r)}{d^2\phi(x, \vec{\omega}_i)/dA} \quad (2.10)$$

L'expression en fonction de la luminance incidente est souvent utilisée :

$$f_r(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) = \frac{dL_r(x, \vec{\omega}_r)}{L_i(x, \vec{\omega}_i) \cos \theta_i d\omega_i} \quad (2.11)$$

Il est possible d'effectuer des mesures sur des matériaux afin de caractériser précisément cette fonction. Cependant cette opération comporte un certain nombre de difficultés, tant techniques que physiques, qui limitent le nombre de mesures disponibles. De plus, l'utilisation de données mesurées en synthèse d'image soulève nombre de questions. Le lecteur intéressé pourra parcourir [Noé99] pour s'en convaincre.

Equation de réflectance

L'opération de base permettant de déterminer la luminance réfléchie $L_r(x, \vec{\omega}_r)$ par un élément de surface élémentaire centré sur le point x , situé à la surface d'un objet, dans une direction $\vec{\omega}_r$, consiste à intégrer la luminance sur l'ensemble Ω_i des directions incidentes :

$$L_r(x, \vec{\omega}_r) = \int_{\Omega_i} f_r(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) L_i(x, \vec{\omega}_i) \cos \theta_i d\omega_i \quad (2.12)$$

La généralisation de cette équation à l'ensemble des points d'une scène permettra d'établir l'une des équations fondatrices de la synthèse d'images moderne [Kaj86].

Propriétés fondamentales

Cette définition de la *BRDF* (ce n'est pas le cas général, qui est, malheureusement, difficilement applicable, cf. [Gla95]) suppose que la réflexion est ponctuelle : la lumière est réfléchie au point d'incidence et sans délai, ce qui ne permet pas de prendre en compte des phénomènes comme la phosphorescence et la fluorescence, bien que quelques travaux existent [Gla94] [WS82].

La *BRDF* vérifie le principe de réciprocité de Helmholtz. La lumière se propage de manière symétrique :

$$f_r(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) = f_r(x, \vec{\omega}_r \rightarrow \vec{\omega}_i)$$

Le principe de conservation de l'énergie stipule que l'énergie réfléchie totale sur l'ensemble Ω_r des directions réfléchies ne peut pas être supérieure à l'énergie totale provenant de l'ensemble Ω_i des directions incidentes :

$$\frac{\int_{\Omega_r} \int_{\Omega_i} f_r(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) L_i(x, \vec{\omega}_i) \cos \theta_i \cos \theta_r d\omega_i d\omega_r}{\int_{\Omega_i} f_r(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) L_i(x, \vec{\omega}_i) \cos \theta_i d\omega_i} \leq 1$$

ou plus simplement :

$$\int_{\Omega_i} f_r(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) \cos \theta_r d\omega_r \leq 1$$

2.1.3.4 Fonction de distribution de la transmittance bidirectionnelle

La fonction de distribution de la transmittance bidirectionnelle, notée *BTDF*, décrit le comportement en transmission d'un matériau. Elle est définie de manière ana-

logue à la *BRDF* :

$$f_t(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) = \frac{dL_t(x, \vec{\omega}_r)}{L_i(x, \vec{\omega}_i) \cos \theta_i d\omega_i} \quad (2.13)$$

Toutefois, cette formulation est surtout d'un intérêt théorique, elle permet d'unifier le comportement en réflexion et en transmission d'un matériau. La mesure de transmission de solides est, la plupart du temps, irréalisable.

2.1.4 Modèles analytiques de matériaux

Devant les problèmes soulevés par les mesures de matériaux réels et le gigantisme de la base de données nécessaire à la vue du nombre de matériaux existants, de nombreux chercheurs se sont orientés vers une description analytique du comportement des matériaux.

Les premiers modèles étaient empiriques ou particulièrement simplifiés, au mieux basés sur l'observation de certains matériaux. Certains ne respectaient pas les propriétés intrinsèques des *BRDF*, notamment la conservation de l'énergie. On peut citer, par exemple, les modèles de Lambert (1760), de Phong [Pho75] ou de Blinn [Bli77].

La quête du réalisme en synthèse d'images a conduit à établir une nouvelle génération de modèles basés sur les propriétés fondamentales de la *BRDF* et respectant les lois de l'optique géométrique ou physique. Un résumé complet accompagné de nouvelles propositions est publié dans [Sch94b].

Une autre approche, qui consiste à modéliser la structure d'un matériau de manière précise et à obtenir une *BRDF* basée sur une simulation numérique, s'est aussi développée [WAT92] [HK93] [GMN94] [SGM97] [Noé99].

2.1.5 Le modèle de Schlick

Nous allons détailler le modèle de Schlick [Sch94a] qui est utilisé dans les chapitres suivants. L'idée de Schlick est de développer un modèle physiquement plausible, c'est à dire respectant les propriétés fondamentales des *BRDF*, et qui soit contrôlé par peu de paramètres d'utilisation intuitive. Un autre objectif important est de limiter la quantité de calculs nécessaires en utilisant systématiquement des approximations par fractions rationnelles.

Ce modèle définit deux catégories de matériaux :

- les matériaux *simples* qui simulent les matériaux ayant des propriétés optiques homogènes (métal, papier, verre ...)
- les matériaux *doubles* qui simulent les matériaux hétérogènes qui sont constitués d'une couche plus ou moins translucide reposant sur une couche opaque, chacune

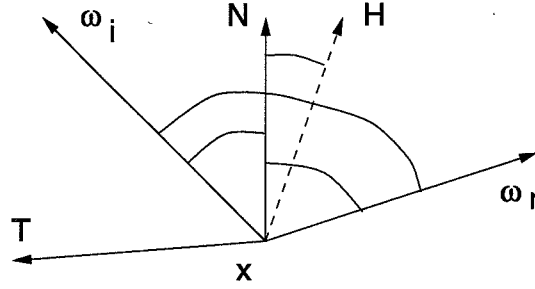


FIG. 2.3 – géométrie et notations pour le modèle de Schlick

des couches correspondant à un matériau simple (peinture vernie)

La figure 2.3 présente les différentes notations utilisées dans la suite.

2.1.5.1 Matériaux simples

L'expression de la *BRDF* est décomposée en un terme spectral (dépendant de la longueur d'onde), S , et un terme géométrique directionnel, D :

$$f(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r, \lambda) = S(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r, \lambda) D(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r) \quad (2.14)$$

avec

$$S(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r, \lambda) = C(\lambda) + (1 - C(\lambda))(1 - u)^5 \quad (2.15)$$

et

$$D(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r) = \frac{G(v)G(v')}{4\pi vv'} Z(t) A(w) + \frac{1 - G(v)G(v')}{4\pi vv'} \quad (2.16)$$

\vec{N} est la normale à la surface au point x , \vec{H} le vecteur médian, $\vec{H} = (\vec{\omega}_i + \vec{\omega}_r)/2$, $t = \vec{H} \cdot \vec{N}$, $u = \vec{H} \cdot \vec{\omega}_i$, $v = \vec{N} \cdot \vec{\omega}_i$, $v' = \vec{N} \cdot \vec{\omega}_r$ et w est le cosinus de l'angle azimutal entre \vec{H} et un vecteur tangent à la surface indiquant l'axe d'anisotropie. Le terme zénithal Z , le terme azimutal A et le terme géométrique G s'expriment en fonction des paramètres définissant l'aspect du matériau :

- r indique la rugosité de la surface externe. Si $r = 0$, le matériau sera parfaitement réfléchissant ou spéculaire, alors que si $r = 1$, il sera parfaitement mat ou diffus (ou encore lambertien)
- p décrit le comportement anisotrope du matériau. Si $p = 0$, le matériau est parfaitement anisotrope, pour $p = 1$, il sera isotrope.

$$Z(t) = \frac{r}{(1 + rt^2 - t^2)^2}$$

$$A(w) = \sqrt{\frac{p}{p^2 - p^2 w^2 + w^2}}$$

$$G(\xi) = \frac{\xi}{r - r\xi + \xi}$$

NOTE : Anisotropie et Isotropie

Une BRDF est, en général, anisotrope, c'est à dire que la réflexion dépend de l'orientation du matériau. C'est notamment le cas des matériaux ayant subi un traitement de surface (polissage selon une direction particulière), ou des matériaux possédant naturellement une orientation (fibres du bois par exemple). Cependant, un bon nombre de matériaux sont isotropes : la réflexion est identique pour toute rotation du matériau autour de sa normale.

L'expression du terme spectral S est une approximation basée sur l'idée que la réflexion à incidence rasante est égale à 1, c'est à dire que le matériau se comporte comme un miroir parfait lorsque la lumière incidente est rasante. Il s'agit, en fait, d'une approximation du terme de Fresnel. Les coefficients $C(\lambda)$ représentent les facteurs de réflexion de chaque longueur d'onde, pour une incidence normale. Ces coefficients ont été mesurés pour de nombreux matériaux. L'utilisation d'une approximation linéaire aussi simple peut surprendre mais elle permet tout de même de combler le manque de mesures pour des incidences quelconques même si, notamment dans le cas des métaux, elle introduit des erreurs importantes.

2.1.5.2 Matériaux doubles

Les matériaux doubles sont, comme leur nom l'indique, composés de deux couches de matériaux simples définis précédemment. L'énergie qui n'est pas réfléchi par la première couche (définie par les termes S et D) l'est par la seconde (définie par S' et D'). La $BRDF$ s'exprime dans ce cas par :

$$f(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r, \lambda) = S(u, \lambda)D(t, v, v', w) + [1 - S(u, \lambda)]S'(u, \lambda)D'(t, v, v', w) \quad (2.17)$$

Les matériaux correctement décrits par ce modèle sont, en général, constitué d'une première couche fortement réfléchissante (spéculaire), comme un vernis, et d'une seconde plutôt mate (diffuse) comme une peinture.

2.1.5.3 Continuum diffus-spéculaire

L'expression du terme directionnel D peut être modifiée pour exprimer une variation continue entre un réflecteur parfaitement spéculaire et un réflecteur parfaitement diffus. Dans ce cas, le terme D est décomposé en trois parties représentant chacune un comportement particulier :

$$D(t, v, v', w) = D_{du} + D_{dd}(t, v, v', w) + D_{sp}(d\omega_i) \quad (2.18)$$

avec

- $D_{du} = \frac{a}{\pi}$ correspond à un comportement parfaitement diffus ;
- $D_{sp}(d\omega_i) = \frac{c}{d\omega_i} \Delta(d\omega_i)$ correspond à un comportement parfaitement spéculaire ;
- $D_{dd}(t, v, v', w) = \frac{b}{4\pi vv'} B(t, v, v', w)$ indique un comportement réfléchissant dépendant de la rugosité de la surface, c'est à dire du paramètre r du modèle.

ou $B(t, v, v', w)$ est la définition précédente de D (équation 2.16) et $\Delta(d\omega_i)$ simule la distribution de Dirac en étant égal à 1 dans la direction miroir (symétrique de la direction d'incidence par rapport à la normale de la surface) d'angle solide $d\omega_i$ et nulle ailleurs.

Les trois coefficients $a + b + c = 1$ indiquent la répartition de l'énergie réfléchie entre ces trois comportements, ils sont définis en fonction du paramètre de rugosité r :

$$\begin{cases} b = 4r(1-r) & a = 0 & c = 1-b & \text{si } r < 0.5 \\ b = 4r(1-r) & a = 1-b & c = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Ce modèle possède de nombreux avantages ; il est simple à mettre en œuvre, nécessite peu d'opérations machine, s'utilise intuitivement avec ses deux paramètres et prédit correctement l'aspect d'une classe importante de matériaux. Cependant, le traitement correct de l'apparence des métaux ne rentre pas dans le cadre des hypothèses du modèle. De même, il ne permet pas de prendre directement en compte la diffusion de la lumière par de petites particules ou les phénomènes d'interférences ou de polarisation de la lumière.

2.2 Physiologie de l'œil

Les sections précédentes ont introduit quelques notions nécessaires à la compréhension des interactions entre la lumière et les matériaux, mais il n'a pas encore été question de couleur ou de sa représentation. Cette section introduit quelques notions élémentaires du fonctionnement du système visuel humain, en se basant sur l'exposé particulièrement clair et complet de R. Sève [Sèv96]. Cette courte présentation permettra de mieux appréhender les développements de la photométrie et de la colorimétrie ainsi que leurs limites.

On peut subdiviser le système visuel humain en trois grands sous-ensembles (cf. figure 2.4). L'œil et la rétine constituent un capteur sensible à la lumière. Le nerf optique, le chiasma et le corps genouillé latéral transmettent au cortex les informations recueillies. La rétine, comme les éléments précédents, ne se contente pas de transmettre des informations au cortex, celles-ci sont traitées à chaque étape de la transmission. Le cortex, finalement, décode et analyse l'image transmise.

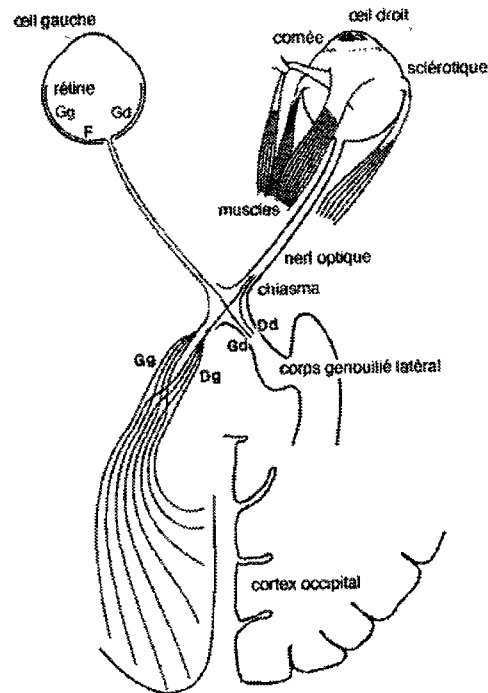


FIG. 2.4 – Schéma du système visuel humain

2.2.1 L'œil

Nous rappelons ici brièvement quelques généralités anatomiques (figure 2.5) :

- le globe oculaire a un diamètre de 2.5 cm ;
- les yeux sont séparés d'environ 6 cm ;
- l'enveloppe extérieure de l'œil est constituée par la *sclérotique* ; la face avant, la *cornée* est transparente. L'intérieur de l'œil est tapissé de deux autres enveloppes, la *choroïde* et la *rétine* situées sur la face arrière ;
- le *cristallin* est une lentille biologique déformable qui permet d'accomoder sur des objets plus ou moins distants ;
- l'intérieur de l'œil contient des liquides biologiques séparés par le cristallin. L'*humour aqueuse* remplit l'espace entre le cristallin et la cornée, alors que l'*humour vitrée* baigne l'intérieur de l'œil ;
- l'*iris* et la *pupille* permettent à la lumière de passer à travers le cristallin. La taille de la pupille varie de 2 à 3 mm, lorsqu'elle est contractée, à 6 à 8 mm lorsqu'elle est dilatée. Elle contrôle en partie la quantité de lumière arrivant sur la rétine ;

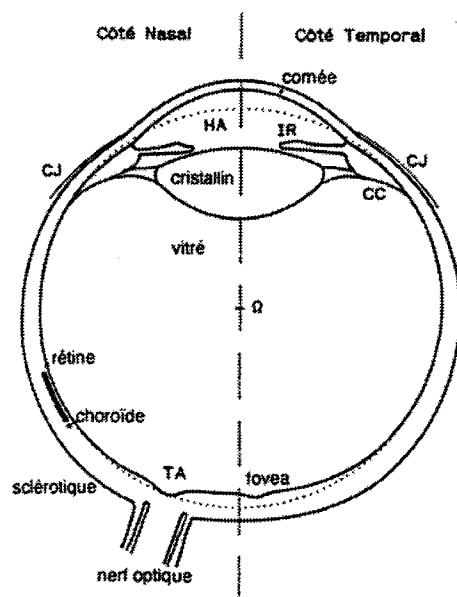


FIG. 2.5 – Anatomie simplifiée de l'œil

- l'indice de réfraction de l'humeur vitrée, une solution aqueuse, varie avec la longueur d'onde. La lumière réfléchiée par un point d'un objet sera donc décomposée, chaque longueur d'onde se réfractant différemment dans l'humeur vitrée. Ce phénomène, appelé aberration chromatique, diminue l'acuité visuelle.

2.2.2 La rétine

La rétine est l'élément sensible de l'œil, elle assure la réception et la transmission des signaux lumineux. Elle est composée de plusieurs zones ayant des caractéristiques différentes :

- la *fovea*, zone d'acuité maximale. Elle couvre un champ visuel de 4 degrés ;
- la *foveola*, au centre de la fovea, est la zone regroupant le plus de cellules photoréceptrices. Elle couvre un champ visuel de 1.3 degrés ;
- autour de la fovea, la rétine est colorée en jaune par le *pigment maculaire*. Ce pigment absorbe la lumière de longueur d'onde inférieure à 510 nm, ce qui permet de compenser les effets de l'aberration chromatique de l'optique de l'œil et d'améliorer l'acuité visuelle.

Plusieurs types de cellules composent la rétine et ses différentes zones (figure 2.6). Parmi ceux-ci, les cellules photoréceptrices sont les plus nombreuses. Elles se divisent

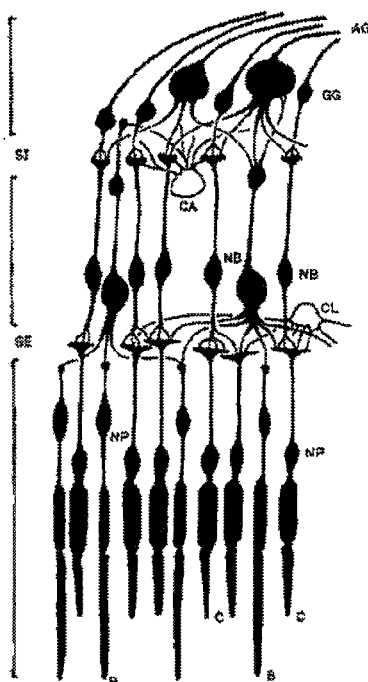


FIG. 2.6 – *Structure schématique des connexions nerveuses dans la rétine*

en trois types de cônes et en bâtonnets. Chaque type de cône est sensible à une gamme de longueurs d'ondes différentes ; c'est cette information qui deviendra la couleur. Les bâtonnets, eux, ne sont sensibles qu'à la quantité de lumière. Ils sont responsables de la vision nocturne, mais sont également utilisés lors de la détection des mouvements dans la vision périphérique.

Les cônes et les bâtonnets sont disposés régulièrement, en mosaïque. Les cônes sont nommés d'après la gamme de longueurs d'onde à laquelle ils sont le plus sensibles :

- les cônes S (short) détectent le bleu, leur sensibilité maximale est 420 nm ;
- les cônes M (medium) détectent le vert, leur sensibilité maximale est 530 nm ;
- les cônes L (long) détectent le rouge, leur sensibilité maximale est 560 nm .

Récapitulons : dans chaque zone de la rétine

- la première couche contient des cellules photoréceptrices : les trois types de cônes et les bâtonnets. La concentration de ces cellules varie d'une zone à l'autre. La foveola comporte énormément de cônes et très peu de bâtonnets, c'est la zone de la rétine d'acuité maximale. La fovea contient un peu moins de cônes et plus de bâtonnets. Plus on s'éloigne de la foveola, moins on trouve de cônes et plus il y a de bâtonnets. La figure 2.7 indique la concentration de cellules photoréceptrices en fonction de la distance à la foveola ;

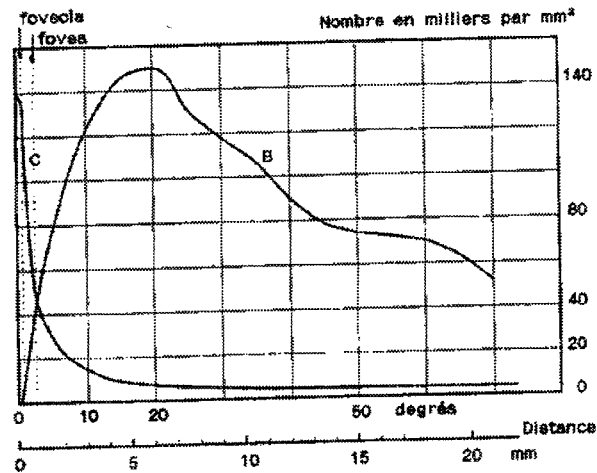


FIG. 2.7 – Répartition spatiale des photorécepteurs

- la couche granuleuse contient les cellules bipolaires ainsi que les cellules horizontales et amacrines connectées entre elles ainsi qu'aux cônes et bâtonnets de la première couche. Les connexions nerveuses établies par ces cellules constituent une première structuration de l'influx nerveux qui parviendra au cortex, en définissant des champs récepteurs aux sensibilités différentes ;
- la dernière couche est composée de cellules ganglionnaires qui forment le nerf optique et transmettent les informations de la couche granuleuse jusqu'au corps genouillé latéral. La structure de leurs connexions avec les cellules de la couche granuleuse découpe chaque champ récepteur en une zone d'excitation et une zone d'inhibition. L'opposition spatiale des zones d'excitation et d'inhibition permet de créer une notion de contraste et d'orientation locale des contours de l'image formée sur la rétine. Cette organisation permet aussi de créer des oppositions rouge-vert et bleu-jaune. Les cellules ganglionnaires composent le nerf optique et sont très peu nombreuses par rapport aux cônes et bâtonnets ; cette organisation se traduit par une énorme compression du volume d'informations à véhiculer jusqu'au cortex.

Les cônes et les bâtonnets doivent leur photo-sensibilité à des réactions chimiques et la quantité de lumière nécessaire au fonctionnement correct de ces cellules varie. Cette quantité, la luminance visuelle, est mesurée en *candéla* par unité de surface ($cd \cdot m^{-2}$) ; elle sera définie de manière plus rigoureuse dans la section 2.4.

Les cônes sont normalement actifs en vision diurne et colorée, ou photopique, pour des luminances visuelles dépassant quelques $cd \cdot m^{-2}$. Les bâtonnets sont normalement actifs en vision nocturne, ou scotopique, jusqu'à des valeurs de quelques centaines de $cd \cdot m^{-2}$. Ils permettent une vision monochromatique, "la nuit, tous les chats sont gris". Ces deux plages d'activités se chevauchent et définissent la vision mésopique, les cônes et les bâtonnets étant actifs simultanément. La vision mésopique est peu étudiée du fait des interactions complexes entre les cônes et les bâtonnets.

2.2.3 Voies nerveuses et cortex

Le nerf optique est formé par les prolongements, les axones, des cellules ganglionnaires. Il véhicule les informations prétraitées par la rétine jusqu'au corps genouillé latéral (voir figure 2.5). Au niveau du *chiasma*, les fibres nerveuses sont réorganisées selon le champ visuel auquel elles appartiennent. Le cortex visuel, situé à l'arrière et à la surface du cerveau, est divisé en un champ visuel gauche, localisé dans l'hémisphère droit du cerveau et un champ droit situé dans l'hémisphère gauche. Chaque champ visuel est recomposé d'après les demi-images formées dans chaque œil. Cette particularité est l'une des méthodes qui permettra au cortex, en comparant ou en superposant chaque demi-image, de reconstituer le relief et la profondeur de l'environnement observé. Il faut également noter que le cortex dispose d'autres moyens d'analyse et qu'une seule demi-image fournit des informations sur le relief de l'environnement.

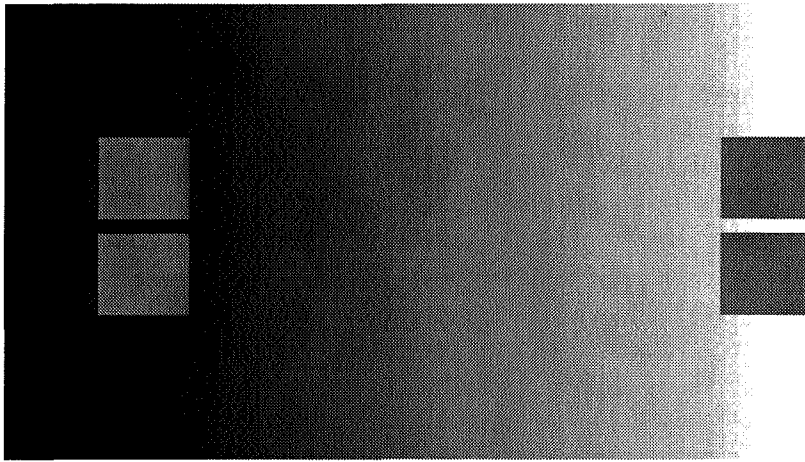
Le mouvement, l'orientation des contours, la reconnaissance des formes, l'analyse et la disparité des demi-images rétinienne mais aussi l'identification de la couleur font l'objet de traitements parallèles dans des zones distinctes et spécialisées du cortex. Les réponses du cortex visuel, en relation avec d'autres zones du cerveau, permettront d'établir des comportements (orienter le regard, éviter un danger ...) ou de créer des perceptions visuelles représentatives du monde extérieur. Bien que ces traitements soient effectués dans des zones différentes du cerveau, l'organisation spatiale de chaque champ visuel est conservée.

A mesure que des progrès sont réalisés dans l'étude du cortex et de ses relations avec les autres centres du cerveau, de nouvelles questions naissent. Par exemple, on ne sait toujours pas exactement comment la sensation de couleur est engendrée : deux hypothèses sont en cours d'évaluation [Wan99]

- la première explore la notion de chemins corticaux véhiculant les informations couleur de la rétine jusqu'au cortex. Ces chemins correspondraient à des groupes de cellules identifiés dans le corps genouillé latéral : le groupe *parvocellular*, noté *P*, *magnocellular* (*M*) et *koniocellular* (*K*) d'après la littérature anglophone. Ainsi le chemin *K* serait associé aux oppositions bleu-jaune, le chemin *M* à la luminance et le chemin *P* à la couleur. Des discussions opposent les chercheurs sur les rôles exacts de chaque chemin et les distinctions présentées ci-dessus ne font pas l'unanimité ;
- l'autre hypothèse postule qu'il existe un *centre de la couleur* dans le cortex visuel comme chez les primates, bien que la localisation exacte de ce centre anime encore de nombreux débats, tant dans le cas humain que dans le cas des primates.

Un exposé traitant de ces problèmes a été publié dans [KM95]. La séparation des informations relatives à la luminance et à la chrominance mais aussi la structure et la sensibilité des champs récepteurs y sont largement débattus.

La photométrie et la colorimétrie sont basées sur l'étude des réactions de la rétine.

FIG. 2.8 – *petit exemple ...*

Les résultats relativement récents obtenus par des études physiologiques, notamment grâce à l'utilisation systématique de scanners IRM fonctionnels, ouvrent de nouvelles voies de recherches dans l'étude de la couleur mais aussi dans la compréhension du fonctionnement du cortex et, plus généralement, du cerveau [Wan99].

2.3 Perception

Nous allons préciser, dans cette section, les éléments de la perception visuelle rapidement introduits au début de ce chapitre et présenter quelques phénomènes importants de l'apparence colorée, tout en essayant de les lier, lorsque cela sera possible, au fonctionnement du cortex.

Commençons par un exemple simple. La figure 2.8 présente quatre carreaux gris disposés sur un fond non uniforme. Bien que les carreaux soient de couleur identique, ils sont perçus différemment selon le fond sur lequel ils sont présentés. Cet exemple démontre bien que la perception d'une couleur dépend de l'environnement, mais aussi de la taille de l'objet : si l'on reproduisait cette figure sur un pan de mur, les couleurs perçues seraient encore différentes. Ce phénomène est particulièrement évident lorsque l'on choisit une peinture dans un nuancier de petite taille ; un mur peint avec l'échantillon choisi sera considérablement différent. C'est le contraste coloré.

Cet exemple illustre le type d'expérience utilisé en colorimétrie où un observateur doit juger de l'équivalence visuelle de deux sensations. Ces expériences simplifient au maximum le contenu du champ visuel afin de cerner et de comprendre les mécanismes de base de la vision. D'autres types d'expériences, habituellement conduites par des physiologistes, essaient, au contraire, de se rapprocher le plus possible de la complexité naturelle du champ visuel. Les travaux issus de ces deux disciplines ne sont pas toujours en accord, le fait qu'elle reposent sur des approches diamétralement opposées n'y est

sans doute pas étranger.

2.3.1 Apparence colorée

La couleur n'est pas facilement descriptible en tant que perception individuelle, même si, comme nous le verrons dans la section 2.5, il existe assez peu de divergences d'une personne à l'autre. Le seul moyen de communication universel est le langage, bien qu'il soit particulièrement imprécis. Une couleur pourra être nommée : vert, violet, rouge... Cependant, il faut faire une distinction entre *teinte* et couleur, qui est un terme global. La *teinte* désigne [Sèv96] la sensation visuelle de couleur qui nous fait reconnaître la présence d'un élément décrit par des mots tels que rouge, jaune, vert, bleu, violet, ou la combinaison de deux d'entre eux (par exemple jaune-vert, ou bleu-violet).

Le gris ou le blanc sont donc des couleurs *neutres*, sans teinte. Le noir est un autre cas particulier puisqu'il peut être perçu comme une absence de lumière (une *couleur-lumière*) ou comme la couleur d'un objet (une *couleur-matière*).

Il est nécessaire de faire des distinctions supplémentaires entre les teintes : la *clarté*, ou *luminosité* et le *niveau de coloration*. Des expressions courantes illustrent cela : bleu-clair, bleu-nuit, rougeâtre ...

2.3.2 Teintes élémentaires et binaires

Toutes les teintes n'ont pas la même complexité : certaines sont intermédiaires à d'autres, qui apparaissent plus simples. Ce constat simpliste amène à la notion de teintes élémentaires et de teintes binaires, ou antagonistes. Le rouge saturé, le vert, le bleu et le jaune forment les teintes élémentaires et sont groupées en paires antagonistes rouge-vert et bleu-jaune. Il est facile de décrire des teintes comme l'orangé composé de jaune et de rouge, ou comme le violet composé de rouge et de bleu. Par contre, il n'est pas possible de décrire une teinte comme étant simultanément bleue et jaune ou rouge et verte. Cette idée, initiée en 1905 par Hering et d'autres psychologues, a pourtant créé de nombreuses controverses dans la communauté de colorimétristes de l'époque, puisqu'ils avaient établi que la rétine n'était sensible qu'aux seuls rouge, vert et bleu. Des travaux ultérieurs ont finalement mis en évidence que la couche ganglionnaire de la rétine codait effectivement les stimulations des cônes (section 2.2.2) selon ce principe d'opposition.

2.3.3 Couleurs primaires

Les couleurs primaires sont celles qui permettent, une fois mélangées dans des proportions variables, d'obtenir une large gamme de couleurs. Selon le procédé de mélange utilisé, ces couleurs primaires sont différentes. Les industries graphiques utilisent le cyan (bleu-vert), le jaune et le magenta (rouge pourpré). Un écran de télévision ou

informatique utilise par contre le rouge, le vert et le bleu comme couleurs primaires. Ici aussi, nous rencontrons une différence de comportement entre les couleurs-lumières et les couleurs-matières. La couleur d'un mélange de matières ne provient pas des mêmes phénomènes que celle produite par un mélange de couleurs-lumières. On parle souvent de mélanges additif ou soustractif. La colorimétrie est basée sur les mélanges additifs et les primaires associées (rouge, vert, bleu), alors que les peintres utilisent des pigments différents pour les mélanges de couleurs et les primaires physiologiques sont encore différentes (il s'agit aussi d'un triplet rouge-vert-bleu, mais différent de celui utilisé en colorimétrie).

2.3.4 Adaptation visuelle

Le système visuel est capable de s'adapter à de nombreuses conditions d'éclairage. Les adaptations sont de plusieurs types. La contraction de la pupille permet de réduire la quantité de lumière atteignant la rétine. Le cristallin se déforme et accomode selon la distance à laquelle se trouvent les objets observés. Les réactions chimiques internes aux cellules photoréceptrices de la rétine s'adaptent en consommant ou restaurant certaines substances nécessaires à leur fonctionnement et enfin toutes les cellules nerveuses traitant l'information visuelle, qu'elles soient situées dans le corps genouillé latéral ou dans le cortex, modifient leur réponse continuellement.

Cette faculté d'adaptation n'est pas uniquement liée au fonctionnement du système visuel mais dépend aussi de la cognition et des interactions du cortex visuel avec les autres fonctions liées à la perception. Un effet particulièrement sensible lors des campagnes de tests colorimétriques ou physiologiques est l'apprentissage. Les sujets des expériences deviennent de moins en moins sensibles aux tests effectués. Le système visuel "apprend" son nouvel environnement, l'expérience en cours, et y devient moins sensible afin de pouvoir répondre à de nouvelles sollicitations. Des techniques aléatoires permettent de casser l'aspect répétitif et systématique des expériences. La perception est, de manière très générale, liée à l'état du sujet, qui évolue constamment.

Un être humain peut "voir" dans des conditions d'éclairage variant de $10^{-6} \text{cd} \cdot \text{m}^{-2}$ à $10^8 \text{cd} \cdot \text{m}^{-2}$, c'est à dire d'un état aussi sombre qu'une nuit sans lune jusqu'à l'éblouissement par le disque solaire. A titre d'exemple, la table 2.1 indique quelques ordres de grandeurs.

En fait, le système visuel n'est pas capable, à un même instant, de percevoir une telle dynamique. Il s'adapte au niveau moyen d'éclairage. Au-delà d'un seuil relatif à ce niveau, il y a éblouissement. De même, en dessous d'un autre seuil relatif au niveau moyen, le système visuel n'est plus capable de discerner deux éclairages. Cette adaptation globale au niveau moyen d'éclairage est affinée par une adaptation locale portant sur une partie du champ visuel. Ainsi, nous sommes capables de voir le paysage noyé dans la lumière solaire, à travers une fenêtre, mais aussi l'intérieur de la pièce ou nous nous trouvons, alors que l'éclairage moyen extérieur peut être plusieurs milliers de fois supérieur à l'éclairage intérieur.

ciel sans lune	10^{-4}
écran informatique	50 à 80
écran TV	70 à 140
bougie	5000
éclairage de travail	10 000
domaine d'éblouissement	$> 10\,000$
objet plan mat, soleil au zénith, temps couvert	2 000 à 20 000
domaine de lésions rétiennes	$> 30\,000$
objet plan mat, soleil au zénith, temps clair	37 000
disque solaire par temps clair	$1,5 \cdot 10^9$

TAB. 2.1 – *Ordre de grandeur de la luminance visuelle ($\text{cd} \cdot \text{m}^{-2}$). D'après [Sèv96]*

Cette adaptation n'est pas immédiate, elle met en jeu plusieurs mécanismes dont les temps de réactions varient. Si un observateur passe d'un endroit obscur à un autre beaucoup plus éclairé, de l'intérieur d'un bâtiment à un extérieur par un après-midi estival, l'adaptation nécessite quelques minutes. Dans l'autre cas, par exemple entrer dans une salle de cinéma, le processus est plus long et peut nécessiter jusqu'à 15 ou 20 minutes.

2.3.5 Adaptation chromatique, constance et contraste de couleur

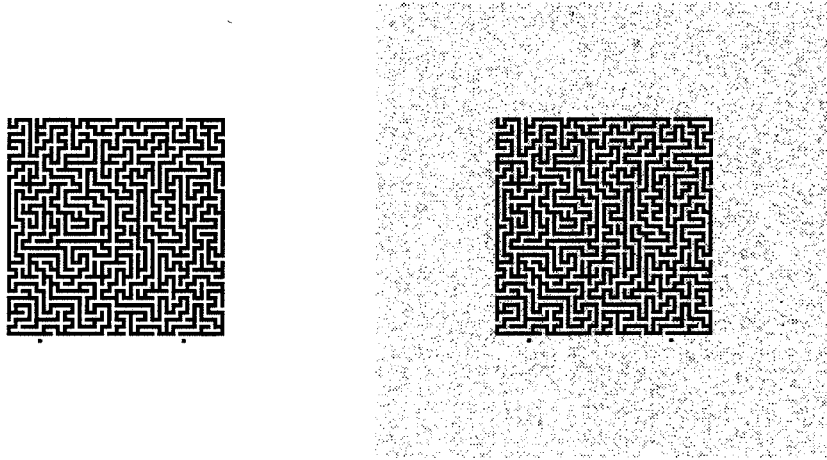
La constance de couleur est liée à l'adaptation chromatique ainsi qu'aux phénomènes de contrastes colorés décrits en introduction de cette section. Les phénomènes provoquant un changement d'apparence colorée ont des noms différents suivant les variations des conditions d'observation. Ainsi, lorsque la région englobant l'objet observé provoque le changement d'apparence, on parlera de phénomènes de contraste coloré. Les effets de l'adaptation de l'œil à des fonds importants et homogènes relèvent de l'adaptation chromatique. Alors que les phénomènes liés aux changements de lumière dominante sont étudiés sous le nom de constance de couleur.

Ainsi l'exemple du début de la section peut être étudié selon plusieurs approches. Sous un éclairage constant, le changement d'apparence sera provoqué par le changement de fond et cet effet sera décrit en tant que contraste coloré. Alors que si l'on modifie l'éclairage, le changement provoqué sera nommé constance couleur.

L'étude de ces phénomènes est relativement complète pour des scènes simplistes telle que celle présentée au début de la section ; par contre, le cas général, remplaçant les carreaux unis par des motifs colorés, est encore loin d'être entièrement compris.

2.3.6 Métamérisme

L'existence de trois types de cônes sensibles à une gamme assez importante de longueurs d'onde limite l'acuité chromatique. En effet, plusieurs lumières seront perçues

FIG. 2.9 – *Effet de masquage des hautes fréquences*

de manière équivalente alors qu'elles sont de composition différentes. De même, plusieurs objets de matières différentes mais présentant pourtant la même couleur seront appelés des métamères.

2.3.7 Phénomène de Belzold-Brücke

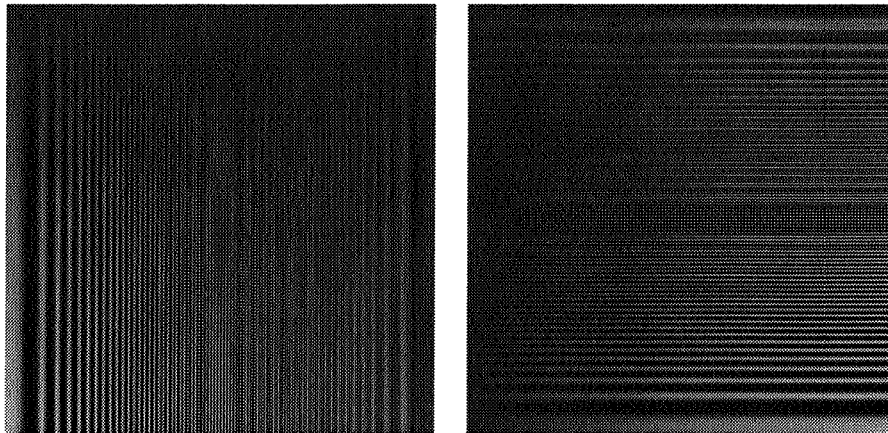
Si l'on mélange des couleurs jaune citron et noire, on obtient du vert. Le procédé utilisé pour le mélange n'est pas important, on peut vérifier ce phénomène aussi bien avec des peintures qu'avec des disques colorés en rotation rapide sur le même axe (les disques sont fendus suivant un rayon, afin de pouvoir modifier leur proportion dans le mélange). Ce phénomène montre que la teinte d'une couleur ne reste pas constante lorsque sa luminosité décroît.

2.3.8 Phénomène de Helmholtz-Kohlrausch

En mélangeant du violet et du jaune afin d'obtenir un blanc approximatif, on peut observer que le retrait du jaune provoque une augmentation de luminosité. Ce phénomène met en évidence que la luminosité des couleurs saturées est plus grande que celle des couleurs neutres, à conditions égales. La définition de ces conditions rentre dans le cadre de la photométrie visuelle, abordée plus tard dans ce chapitre.

2.3.9 Masquage

Jusqu'à présent, nous avons suivi les développements classiques de la colorimétrie. Les études physiologiques s'attachent à décrire d'autres phénomènes tout aussi importants. Par exemple, la figure 2.9 illustre l'effet de masquage. Un fond uniforme et un

FIG. 2.10 – *Perception des contrastes*

objet présentant des détails relativement fins y sont montrés. Nous avons entièrement bruité l'image, le résultat est visible dans la partie droite de la figure. Cependant le bruit n'est pas visible sur l'objet, les hautes fréquences présentes dans le bruit ne sont visibles que sur le fond uniforme. L'aspect de l'objet est déterminé par les fréquences de son motif et leur intensité. Les fréquences et l'intensité du bruit ajouté sont cachées par celles de l'objet.

Le système visuel présente des sensibilités aux fréquences, à l'orientation et aux contrastes des objets qu'il observe. Ces sensibilités dépendent principalement de la structure imposée par les connexions des cellules photoreceptrices aux couches plus profondes de la rétine. L'existence de champs de réception (section 2.2.2) explique une partie des limites de l'acuité spatiale du système visuel. Il faut également noter que les masquages chromatique et achromatique sont différents et varient avec l'éclairage ambiant. Le lecteur intéressé pourra consulter une abondante bibliographie [BM98, BM95], [FPSG97], [WS97], [Fol94].

2.3.10 Sensibilité au contraste

Le phénomène de masquage de la section précédente est lié à la vision spatiale des contrastes. De la même manière que certaines fréquences ne sont pas perceptibles, la perception des contrastes est perturbée par la présence de motifs et l'éclairage ambiant. La figure 2.10 illustre ce phénomène. Si notre vision des contrastes ne dépendait pas de la fréquence et de l'orientation de motifs, nous verrions un ensemble de barres parallèles traversant la totalité de la figure 2.10. Ce n'est pas le cas et nous percevons une partie de la figure comme étant uniforme. Il faut noter que cette perception dépend de la couleur, mais aussi de l'orientation, la zone uniforme n'a pas la même forme dans les parties gauche et droite de la figure. De même, nous ne percevons pas les mêmes contrastes dans des oppositions blanc-noir, rouge-vert et bleu-jaune [Mul85].

NOTE : il se peut qu'un certain nombre de défauts dans la reproduction de ce document détruise ou perturbe l'illusion présentée à la figure 2.10.

2.4 Photométrie

La photométrie est directement liée à la radiométrie. Elle établit des grandeurs liées à celles définies par la radiométrie, en tenant compte de certaines propriétés du système visuel, notamment la sensibilité à la lumière. Le système visuel varie d'une personne à l'autre. Ainsi, un des premiers travaux de la photométrie a été de définir un observateur moyen en se basant sur une large population. Le but de la photométrie est d'établir une correspondance entre des quantités énergétiques physiquement mesurables et des quantités visuelles.

L'opération essentielle consiste à juger de l'équivalence entre deux luminances. La luminance peut être définie comme *l'attribut d'une sensation visuelle selon laquelle un stimulus apparaît plus ou moins intense, ou encore selon laquelle la région contenant le stimulus émet plus ou moins de lumière*.

L'égalisation de luminances présentant des couleurs différentes, des *chromaticités* différentes, est une tâche difficile pour l'observateur. De nombreuses méthodes de tests ont été mises au point afin de rendre les expériences plus commodes pour le sujet et d'obtenir des résultats plus précis. Cependant, ces résultats restent dépendants de la méthode d'expérimentation ainsi que de facteurs tels que le champ de vision ou le niveau de stimulation.

Le principe d'égalisation, si les deux sources sont monochromatiques et de même longueur d'onde, revient à établir $v(\lambda)$ et K_m tels que :

$$L_v(\lambda) = K_m v(\lambda) L_e(\lambda) \quad (2.19)$$

où :

- $L_v(\lambda)$ est une grandeur caractérisant la *luminance visuelle* ;
- K_m est le coefficient d'efficacité lumineuse ;
- $v(\lambda)$ représente la sensibilité de l'œil ;
- $L_e(\lambda)$ est la luminance énergétique définie par la radiométrie.

La courbe $V(\lambda)$, pour un champ visuel de 2° à 4° , a été normalisée en 1924 puis modifiée en 1971 par la CIE ; elle atteint son maximum pour 555 nm (figure 2.11). Cette courbe caractérise la vision diurne, ou photopique, elle est définie de 360 à 830 nm .

La vision nocturne, ou scotopique, est caractérisée par la courbe $V'(\lambda)$ (figure 2.11). normalisée en 1951. Cette courbe atteint son maximum pour 507 nm , elle est valable pour des champs visuels de plus de 5° .

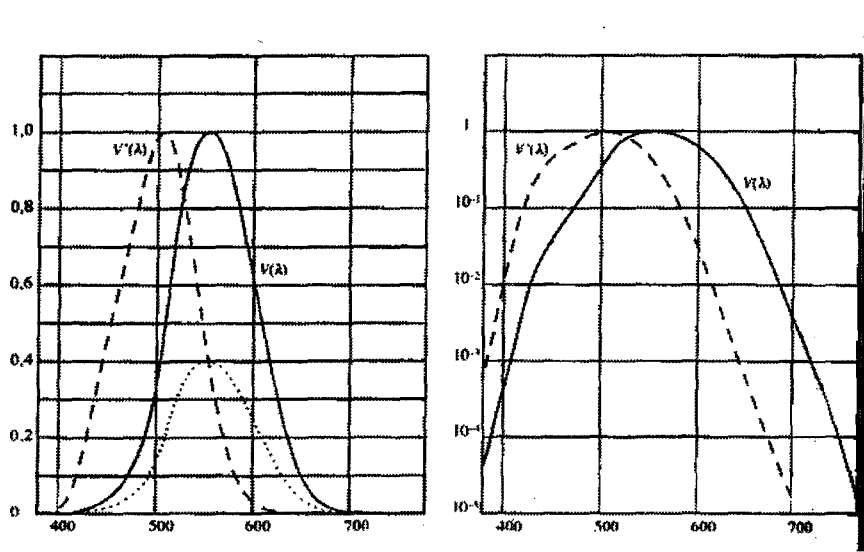


FIG. 2.11 – Efficacités visuelles (photopique et scotopique) [Sèv96]

La vision mésopique, intermédiaire aux visions diurne et nocturne, n'a pas fait l'objet d'une telle normalisation.

2.4.1 Grandeurs photométriques

Le lumen (lm) peut être défini comme le flux lumineux d'une radiation monochromatique, dont la valeur est de $1/683W$ et de longueur d'onde $555 nm$. Par définition, l'efficacité lumineuse d'un flux d'émission monochromatique de longueur d'onde $555 nm$ est de $683 lm \cdot W^{-1}$ pour les visions photopique et scotopique, soit :

$$K(\lambda_d) = K'(\lambda_d) = 683 lm \cdot W^{-1}$$

avec $\lambda_d = 555 nm$. Les coefficients d'efficacité lumineuse sont donc $K_m = 683 lm \cdot W^{-1}$ et $K'_m = 1700 lm \cdot W^{-1}$ (figure 2.11).

On peut maintenant définir les grandeurs correspondantes de la radiométrie :

- $L_v = \frac{dE_v}{d\Omega_r}$ est la luminance lumineuse (ou visuelle), unité $lm \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}$;
- $E_v = \frac{d\phi_v}{dA}$ est l'éclairement visuel, unité $lm \cdot m^{-2}$ ou cd (candéla) ;
- $I_v = \frac{d\phi_v}{d\Omega}$ est l'intensité visuelle, unité $lm \cdot sr^{-1}$ ou lx (lux).

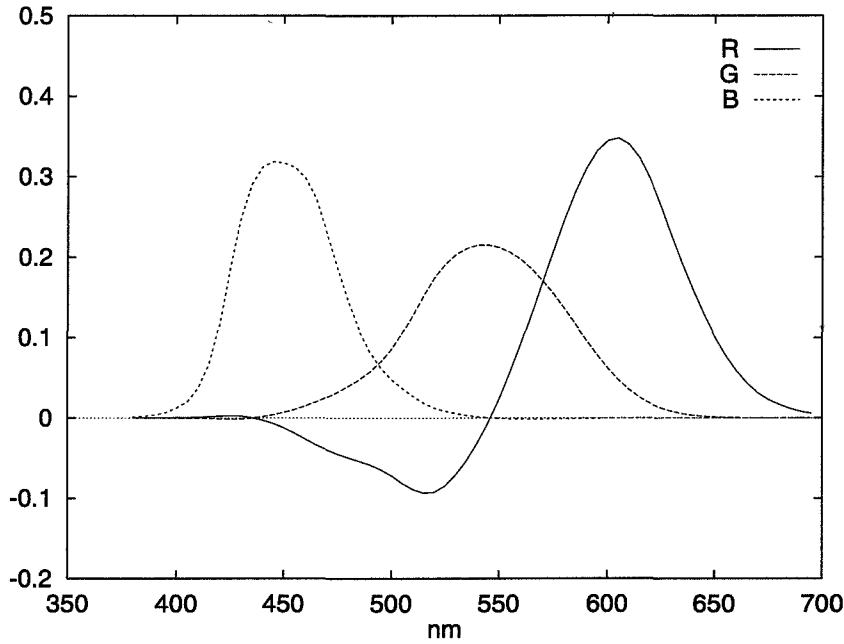


FIG. 2.12 – Fonctions colorimétriques CIE 1931 RGB

2.5 Colorimétrie

L'un des objectifs de la colorimétrie est de correctement repérer et représenter les couleurs en se basant sur des expériences d'égalisation visuelle. Les principes de l'égalisation visuelle décrits dans [Sèv96], par exemple, permettent de définir des fonctions colorimétriques afin de déterminer les composantes trichromatiques d'une lumière test. Ces composantes trichromatiques correspondent aux proportions d'un mélange de trois lumières primaires visuellement équivalent à la lumière test.

En 1931, la CIE a normalisé le système RGB définissant les primaires R, G, B et leurs fonctions associées. Les longueurs d'onde de ces primaires sont, respectivement : 700 nm, 546 nm et 435 nm. Les fonctions colorimétriques $\bar{r}(\lambda)$, $\bar{g}(\lambda)$, $\bar{b}(\lambda)$ associées à ces primaires réelles sont visibles sur la figure 2.12.

Ce système a été abondamment critiqué du fait de la présence de valeurs négatives, dans la fonction \bar{r} notamment. Un nouvel espace corrigeant ces défauts a donc été normalisé, également en 1931 : le système CIE 1931 XYZ. Les primaires de ce système, notées X, Y, et Z, sont purement théoriques et ne sont pas reproductibles physiquement, elles sont appelées primaires virtuelles. Le changement de primaires correspond à une rotation des axes de l'espace RGB qui s'exprime aisément à l'aide d'une opération matricielle :

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.49 & 0.31 & 0.2 \\ 0.17697 & 0.8124 & 0.01063 \\ 0 & 0.01 & 0.99 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

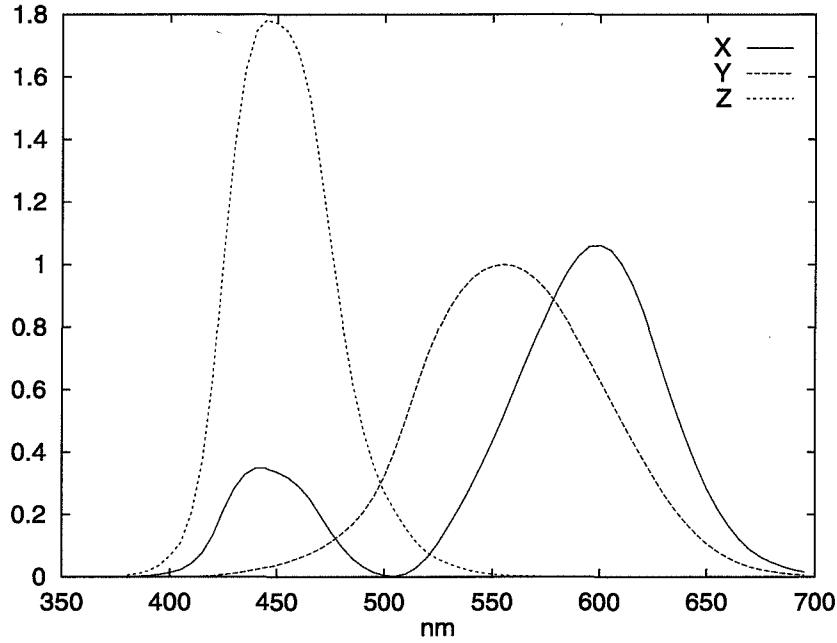


FIG. 2.13 – Fonctions colorimétriques CIE 1931 XYZ

La figure 2.13 présente les fonctions colorimétriques de l'espace XYZ. La fonction $\bar{y}(\lambda)$ présente, de plus, l'avantage d'être proportionnelle à l'efficacité lumineuse relative. Les composantes trichromatiques d'une distribution d'énergie, d'une lumière test, se calculent simplement :

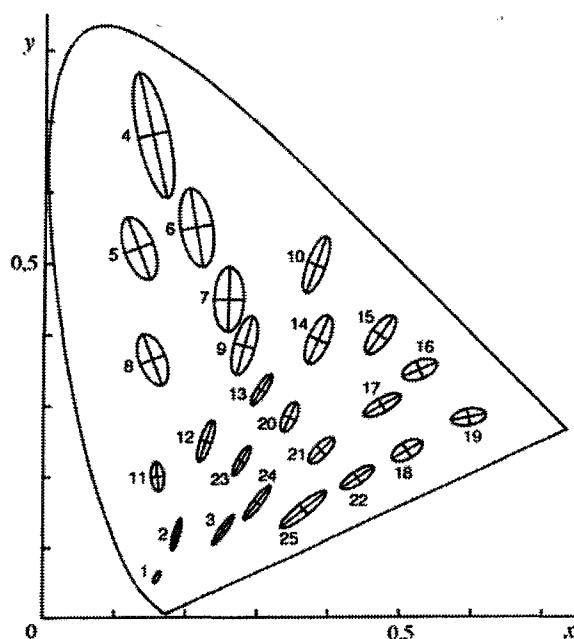
$$X = k \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} S(\lambda) \bar{x}(\lambda) d\lambda \quad (2.21)$$

$$Y = k \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} S(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda \quad (2.22)$$

$$Z = k \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} S(\lambda) \bar{z}(\lambda) d\lambda \quad (2.23)$$

où $S(\lambda)$ est une distribution d'énergie sur le domaine de longueurs d'onde comprises entre λ_{inf} et λ_{sup} . $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$, $\bar{z}(\lambda)$ sont les fonctions colorimétriques de l'espace XYZ (figure 2.13). k est un coefficient de normalisation. Lorsque la distribution d'énergie est exprimée en Watts, k prends la valeur $683 \text{ lm} \cdot \text{W}^{-1}$ permettant de fixer la dynamique de la composante Y entre 0 et 100 et de l'exprimer en $\text{lm} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}$, c'est à dire une luminance visuelle. On peut aussi déterminer la valeur de k en fonction de $S_s(\lambda)$, la distribution d'énergie de la source :

$$k = \frac{100}{\int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} S_s(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda}$$

FIG. 2.14 – *Seuils différentiels de chromaticité, Ellipses de Mac Adam*

2.5.1 Espaces colorimétriques uniformes

Quelques années plus tard, plusieurs chercheurs, dont Mac Adam, ont établi que l'apparence colorée des tests n'était pas correctement prédite par les espaces RGB ou XYZ. Des expériences portant sur la différenciation de chromaticités proches ont mis en évidence des écarts importants entre la distance dans l'espace colorimétrique et leur différence perceptible. La figure 2.14 due à Mac Adam en 1942, présente quelques résultats obtenus. Les ellipses (leurs axes sont multipliés par 10 afin d'améliorer la lisibilité) représentent l'ensemble des chromaticités perçues de manière équivalente, la frontière de chaque ellipse indiquant une différence perceptible. Ces ellipses sont présentées dans le plan de chromaticité CIE XYZ qui est une méthode pratique pour représenter l'ensemble des chromaticités physiquement réalisables. Une définition complète se trouve aisément dans [Sèv96], par exemple.

Les nombres sur le pourtour du plan de chromaticité indiquent la longueur d'onde d'une lumière monochromatique. Ainsi les bleus, correspondant à des longueurs d'ondes courtes (475 nm) se trouvent en bas à gauche du plan, puis les verts (520 nm), les jaunes (570 nm) et enfin les rouges à droite (680 nm). Ce contour correspond aux teintes pures, plus on s'en éloigne, plus les chromaticités sont saturées. Ces résultats sont grossièrement expliquables en considérant les sensibilités des cônes de la rétine. En effet, les cônes S participent peu à la luminance perçue et sont beaucoup moins sensibles que les cônes M et L (en partie à cause de l'aberration chromatique de l'œil, qui dévie davantage les longueurs d'onde courtes) ; ils sont responsables des grands axes des ellipses. Les

cônes M et L déterminent plutôt le petit axe des ellipses. Il faut également noter que les résultats de ces expériences ne sont toujours pas pleinement justifiés et reproductibles. Les ellipses publiées par Mac Adam sont déduites des zones d'estimations d'erreur colorimétrique, et la représentation précise des ensembles de chromaticités associés reste une question ouverte.

La création d'un espace colorimétrique prédisant plus correctement les différences perceptibles a nécessité plusieurs années. Ce n'est qu'en 1976 que la CIE a finalement normalisé deux espaces : CIELUV et CIELAB après un nombre impressionnant de tentatives. Ces espaces sont des transformations non-linéaires de l'espace XYZ corrigeant une partie des défauts de leur ancêtre. Leur principal avantage est de mieux prédire la perception des écarts colorimétriques, ils sont pourtant loin d'être parfaits et présentent encore des erreurs de l'ordre d'un facteur 6 ou 7 par rapport aux résultats expérimentaux. Le lecteur intéressé pourra parcourir [Sèv96], [Rou98] et [Tre93] pour s'en convaincre.

Seul l'espace CIELAB sera utilisé dans la suite de ce document, aussi nous nous limiterons à sa présentation. Encore une fois, des définitions plus complètes sont disponibles dans [Sèv96]. Cet espace se construit à l'aide d'une transformation d'un tristimulus XYZ :

$$L = 116 \left(\frac{Y}{Y_n} \right)^{\frac{1}{3}} - 16 \quad (2.24)$$

$$a = 500 \left(f_x \left(\frac{X}{X_n} \right) - f_y \left(\frac{Y}{Y_n} \right) \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.25)$$

$$b = 200 \left(f_y \left(\frac{Y}{Y_n} \right) - f_z \left(\frac{Z}{Z_n} \right) \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.26)$$

X_n , Y_n , et Z_n sont les coordonnées CIEXYZ de la source de lumière dominante, ce pourra être le soleil, une lampe à incandescence, un tube fluorescent. De plus amples détails sur les caractéristiques de ces sources de lumière sont fournis dans la section suivante.

L est une clarté, les composantes a et b sont indirectement reliées à la chromaticité du tristimulus. Les fonctions intermédiaires sont définies de la manière suivante :

$$\begin{cases} f_x \left(\frac{X}{X_n} \right) = \left(\frac{X}{X_n} \right)^{\frac{1}{3}} & \text{si } \frac{X}{X_n} > 0,008856 \\ f_x \left(\frac{X}{X_n} \right) = 7,787 \left(\frac{X}{X_n} \right) + \frac{16}{116} & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f_y \left(\frac{Y}{Y_n} \right) = \left(\frac{Y}{Y_n} \right)^{\frac{1}{3}} & \text{si } \frac{Y}{Y_n} > 0,008856 \\ f_y \left(\frac{Y}{Y_n} \right) = 7,787 \left(\frac{Y}{Y_n} \right) + \frac{16}{116} & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f_z \left(\frac{Z}{Z_n} \right) = \left(\frac{Z}{Z_n} \right)^{\frac{1}{3}} & \text{si } \frac{Z}{Z_n} > 0,008856 \\ f_z \left(\frac{Z}{Z_n} \right) = 7,787 \left(\frac{Z}{Z_n} \right) + \frac{16}{116} & \text{sinon} \end{cases}$$

Plusieurs formules de distance ont été développées pour l'utilisation de l'espace CIELAB, néanmoins une distance euclidienne est acceptable, bien que cet espace ne soit pas exactement euclidien [Tre93].

2.5.2 Sources de lumière

Les sources de lumière présentent des caractéristiques différentes. Très tôt, les colorimétristes se sont intéressés à ces particularités. La CIE a également normalisé des sources de référence, notamment la lumière naturelle, solaire, et différents types de sources artificielles. La principale différence entre les sources artificielles et naturelles concerne la présence de pics d'énergie extrêmement marqués. La position et le nombre de ces pics dépendent de la nature de la source d'énergie. Il faut distinguer la décharge dans un gaz (vapeurs de sodium, de mercure, de phosphore, de xénon) des sources thermiques (lampes à incandescence, filament de tungstène, halogènes) et du rayonnement solaire. La figure 2.15 exhibe quelques distributions d'énergie typiques. La prise en compte de ces différences est primordiale dans la détermination des tristimulus associés à chaque source.

Par exemple, l'illuminant A est représentatif des lampes à incandescence comme les lampes à filament de tungstène. L'illuminant D6500 est représentatif de la lumière du jour. Les illuminants de la famille F représentent les tubes fluorescents courants (F2, F7 et F11 notamment). Il existe évidemment d'autres techniques pour produire de la lumière, les LED et les lasers, par exemple.

L'application des formules 2.21 et 2.24 permet d'obtenir les tristimulus CIEXYZ et CIELAB d'une source, D6500, par exemple. Si $S_{D6500}(\lambda)$ est la distribution d'énergie sur le domaine λ_{inf} , λ_{sup} , nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} X_{D6500} &= k \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} S_{D6500}(\lambda) \bar{x}(\lambda) d\lambda \\ Y_{D6500} &= k \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} S_{D6500}(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda \\ Z_{D6500} &= k \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} S_{D6500}(\lambda) \bar{z}(\lambda) d\lambda \end{aligned}$$

Les résultats normés sont $X_{D6500} = 95,04$, $Y_{D6500} = 100$ et $Z_{D6500} = 108,88$.

2.5.3 Matériaux et interactions

La colorimétrie considère, de manière très générale, que le comportement d'un objet est défini, à incidence normale, par une fonction $R(\lambda)$ qui exprime la fraction d'énergie incidente réfléchi par l'objet. Cette fonction est évidemment directement liée à la notion de $BRDF$ présentée à la section 2.1.4 concernant les modèles de matériaux.

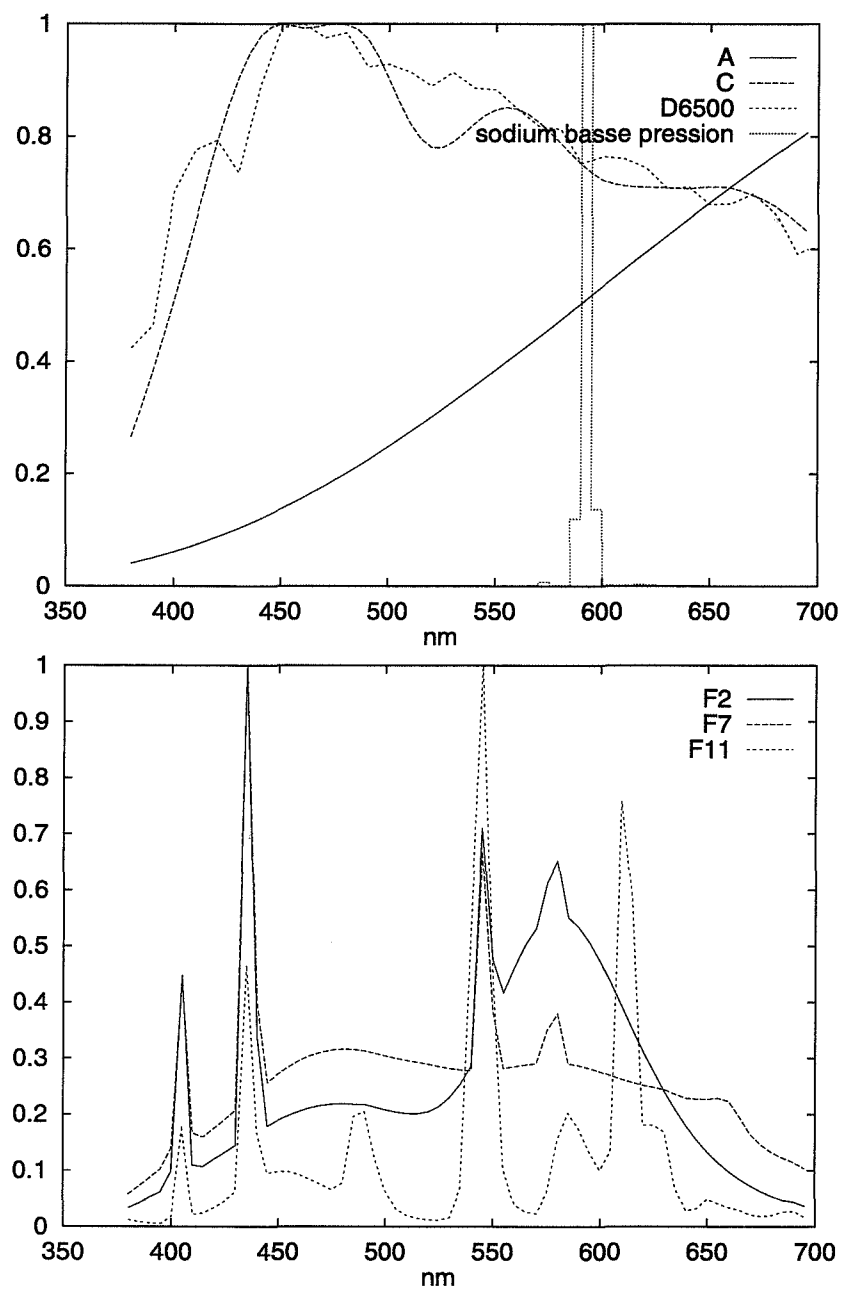
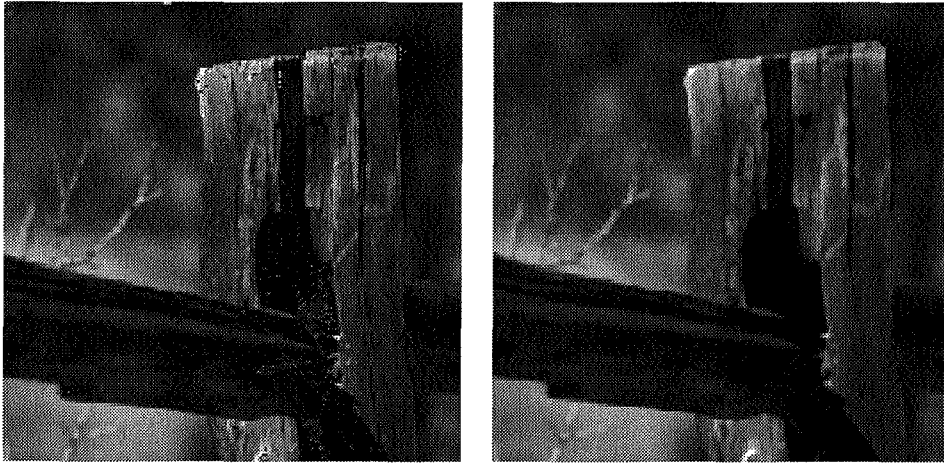


FIG. 2.15 – Distributions d'énergies de quelques sources courantes

FIG. 2.16 – *Jeux des erreurs 1*

L'énergie réfléchiée par un objet est donc simplement le produit de l'énergie incidente par la fonction R , pour chaque longueur d'onde. Pour déterminer les tristimulus de la lumière réfléchiée par l'objet, sa couleur donc, il suffit d'utiliser une nouvelle fois les formules 2.21. Soient $S(\lambda)$ et $R(\lambda)$ la distribution d'énergie de la source de lumière et la fonction de réflexion de l'objet :

$$\begin{aligned} X &= k \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} S(\lambda) R(\lambda) \bar{x}(\lambda) d\lambda \\ Y &= k \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} S(\lambda) R(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda \\ Z &= k \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} S(\lambda) R(\lambda) \bar{z}(\lambda) d\lambda \end{aligned}$$

2.6 Modèles de vision

Les phénomènes visuels décrits précédemment ont fait l'objet de nombreuses expériences. Le développement de modèles permettant de décrire, puis de prédire, les réactions du système visuel, basés sur ces études, est un domaine de recherche prolifique. Nous ne citerons ici que quelques travaux. Les exemples des figures 2.16 et 2.17 sont tirés de [TAP98] et exposent les résultats obtenus par ce type de modèle sur la figure 2.18. Il faut également citer d'autres travaux en cours, notamment ceux de [FP99], [RPG99], [BM98], [Mys98], [TH94] et [Dal93].

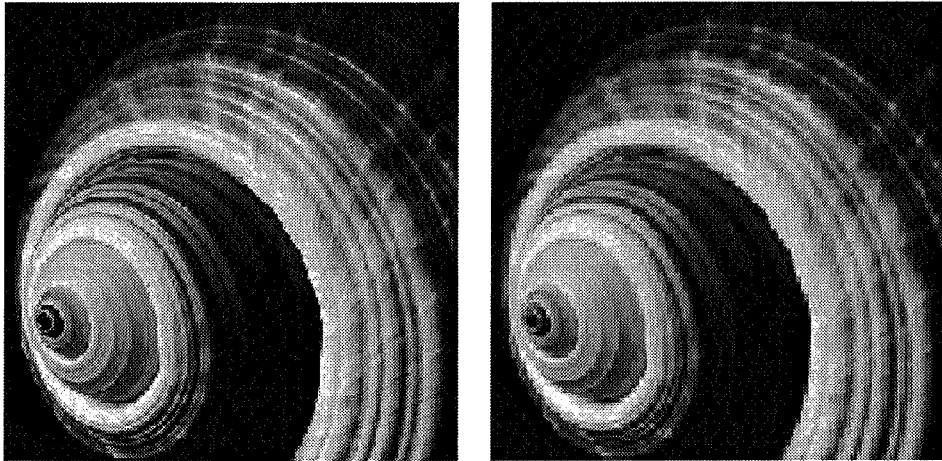
FIG. 2.17 – *Jeux des erreurs 2*

FIG. 2.18 – *Résultats du modèle de [TAP98] à gauche. Résultats du modèle [FP99] à droite (uniquement pour les images de la figure 2.16). Les zones blanches correspondent aux erreurs les plus facilement détectées*

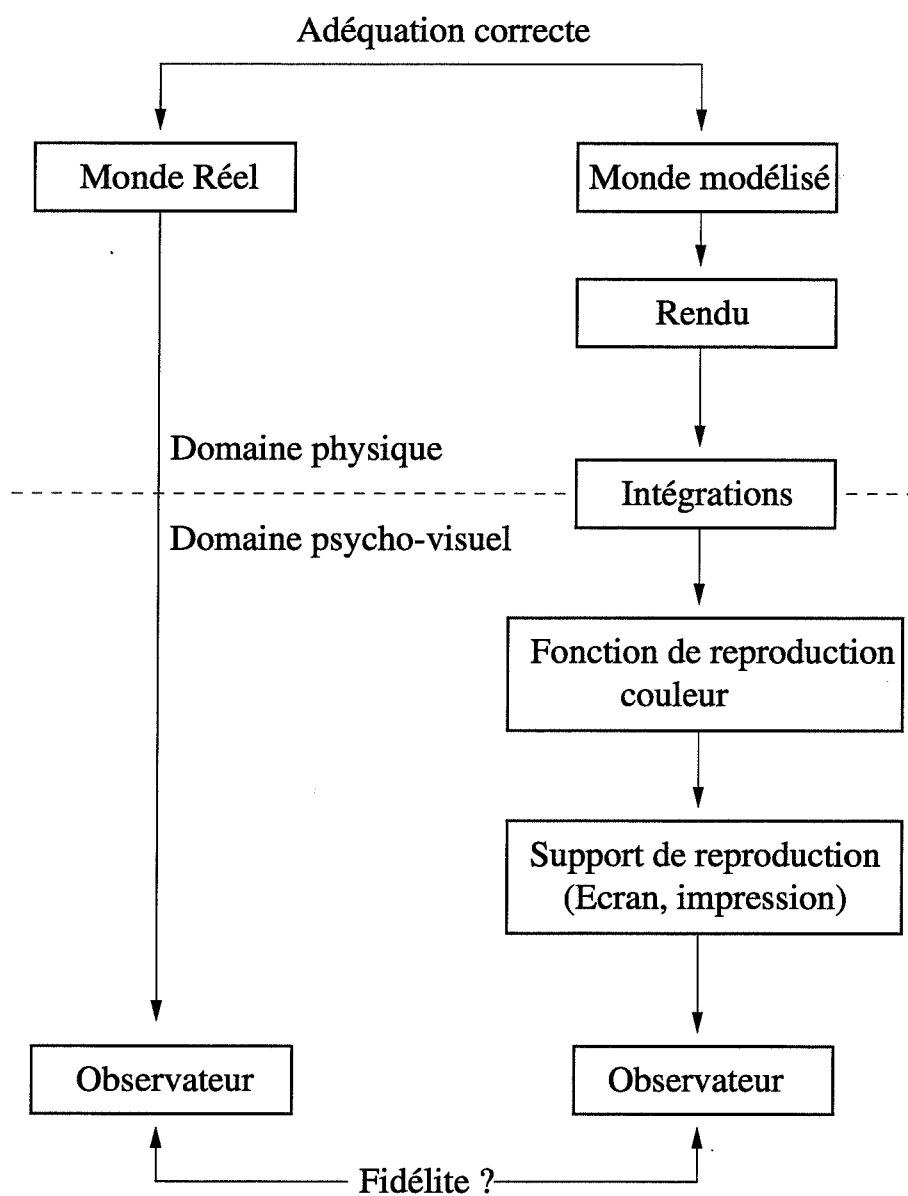
2.7 Fidélité couleur en images de synthèse

La mise en correspondance du monde réel et d'une image calculée à partir d'une modélisation du réel définit la notion de fidélité. Nous voudrions que la perception d'un observateur du résultat calculé (imprimé, affiché ou autre) soit identique à celle de l'observateur de la scène réelle. La figure 2.19 schématise les différentes étapes d'un tel processus. La réalisation de cet objectif nécessite bien sûr la maîtrise de la perception visuelle ainsi que celle du rendu du monde modélisé, tâches qui ne justifieraient plus l'énorme recherche en cours, si elles étaient achevées.

Nous pouvons tout de même scinder la reproduction d'une perception en plusieurs éléments. Tout d'abord, la modélisation du réel, suivi du calcul, du rendu, de "l'image" ou de la mesure effectuée par un capteur, c'est à dire, dans notre cas, la simulation du comportement de la lumière. Cette mesure effectuée par le capteur, une image au sens large, doit ensuite être reproduite et modifiée afin que la perception de l'observateur soit la même que celle de l'observateur du réel, tout en tenant compte des possibilités du moyen de reproduction utilisé.

La synthèse d'images s'intéresse fortement au cas particulier des images affichées sur un écran informatique. Les écrans possèdent un certain nombre de limites comme le nombre de couleurs affichable, la dynamique et le contraste maximum. Ces limites techniques sont très éloignées de la réalité, et, en effet, personne n'a jamais été ébloui par un écran, alors que c'est un phénomène courant dans la réalité. Il est donc nécessaire de connaître les limites physiques du périphérique de reproduction afin de modifier l'image calculée et de pouvoir l'afficher de manière à reproduire la perception de l'observateur du réel. Cette voie de recherche peut surprendre, puisqu'il n'est, a priori, pas possible de comparer des objets n'ayant pas le même status, mais c'est pourtant le but poursuivi par de nombreuses équipes.

Les publications suivantes permettront au lecteur de se faire une idée plus précise des problèmes soulevés et du type de solution apporté: [Wan00], [DW00], [RPG99], [TT99], [RP98], [PFFG98].

FIG. 2.19 – *Fidélité de reproduction*

Chapitre 3

Techniques de rendu

Certains domaines de la synthèse d'images se propose de simuler la propagation et les interactions de la lumière avec les objets qu'elle rencontre afin de déterminer l'énergie incidente en chaque point d'un capteur placé dans la scène.

Une solution proche de la physique essaierait de propager un grand nombre de photons et de simuler individuellement leur propagation et leur interaction avec les matériaux des objets de la scène. Pour donner une idée de la masse de calcul que représente cette simulation, il peut être utile de se rappeler que, par exemple, une source monochromatique (500 nm) de très faible puissance (1 W) émet environ $2.5 \cdot 10^{18}$ photons par seconde. L'application directe de cette idée est bien évidemment hors de portée des ordinateurs actuels.

Les approches modernes se scindent en trois grandes classes, possédant chacune des avantages et des inconvénients particuliers :

- le lancer de rayons, qui, historiquement, simule plus facilement les interactions avec des matériaux réfléchissants ou réfringents ;
- la radiosité, plus à l'aise avec les matériaux et les milieux diffusants ;
- l'intégration numérique, qui essaie de définir une méthode générale, utilisable pour tout type d'interaction.

Les approches modernes remontent à un article fondateur de J. Kajiya en 1986 [Kaj86] qui formalise, pour la première fois, le système d'équations décrivant la répartition de l'énergie dans la scène. Cette formalisation permettra à de nombreux chercheurs d'utiliser des techniques d'intégration numérique mises au point par la communauté de mathématiques appliquées.

La section suivante présente brièvement cette formalisation. Les autres sections décrivent quelques notions utiles à la compréhension de ce document, mais ne se substituent en rien aux nombreux textes de référence. La dernière partie du chapitre présentera les travaux antérieurs dans les domaines du rendu spectral et du contrôle perceptuel.

3.1 Equation de rendu

L'équation de rendu [Kaj86] exprime la luminance réfléchie $L_r(x, \vec{\omega}_r)$ par chaque élément de surface, pour une direction donnée, en fonction de la luminance réfléchie par les éléments de surface de la scène :

$$L_r(x, \vec{\omega}_r) = L_e(x, \vec{\omega}_r) + \int_{\Omega_i} f_r(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) L_i(x, \vec{\omega}_i) \cos \theta_i d\omega_i \quad (3.1)$$

Le terme $L_e(x, \vec{\omega}_r)$ est la luminance émise par le point x dans la direction $\vec{\omega}_r$, lorsque le point x appartient à une source de lumière. Le deuxième terme est l'équation de réflectance (cf. section 2.1.3.3) qui exprime la luminance réfléchie par le point x en fonction de la luminance incidente selon l'ensemble Ω_i des directions incidentes. Cette formulation est récursive puisque l'expression de la luminance en un point nécessite la connaissance de la luminance de tous les points visibles depuis ce point. Il est également utile de se rappeler que la luminance est constante le long d'une droite xy et que la luminance réfléchie par le point x en direction de y est la même que la luminance incidente au point y selon la direction associée à la droite xy (principe de réciprocité).

Ce système d'équations est le point de départ de tous les algorithmes de synthèse d'images. Selon les hypothèses simplificatrices choisies, le système d'équation peut être réécrit sous une forme plus adaptée à sa résolution. Ainsi, la radiosité est une méthode à éléments finis utilisant une discrétisation plus ou moins fine de l'espace de solutions, alors que le lancer de rayons échantillonne cet espace. La taille des éléments utilisés par la radiosité pour représenter la solution en limite directement la précision. La discrétisation ne permet pas de représenter de manière fiable certaines variations brusques de la distribution de la luminance et cette solution est donc plutôt adaptée aux scènes diffuses présentant peu ou pas de reflets. Des développements assez récents permettent tout de même de lever cette limitation. A l'opposé, le lancer de rayons échantillonne l'espace des solutions et permet donc de représenter précisément une valeur localisée du champ de luminance, ce qui est particulièrement adapté au traitement des scènes comportant des réflexions spéculaires. De nombreuses méthodes ont été développées pour déterminer efficacement la partie diffuse du champ de luminance.

La section suivante ne détaille que les techniques utilisées dans le lancer de rayons développé au cours de cette thèse.

3.2 Méthodes de calculs

3.2.1 Différents types de chemins lumineux

Afin de décrire plus précisément la notion de chemin lumineux, Heckbert [Hec90] a proposé en 1990 une grammaire simple indiquant quelles interactions a subi la lumière le long de son trajet entre deux points.

Cette grammaire est composée de quatre symboles :

- L, source de lumière (Light source) ;
- D, réflexion ou réfraction diffuse ;
- S, réflexion ou réfraction spéculaire ;
- E, point visé (œil, caméra ponctuelle).

Ainsi, un photon partant de L, pour arriver en E, après avoir subi deux réflexions diffuses et une réfraction spéculaire, suit un chemin lumineux de type LDDSE. Pour représenter des classes particulières de chemins lumineux, quelques notations classiques de théorie des langages sont également utilisés :

- X , un événement survenu une seule fois ;
- X^- , une fois, au plus ;
- X^+ , répété une fois, au moins ;
- X^* , répété zéro fois ou plus ;
- $X|Y$, un événement X ou un événement Y, survenu une seule fois

L'exemple précédent, LDDSE, appartient à la classe : LD^+SE . Voici quelques exemples supplémentaires :

- LD^-S^*E , représente LDSE ou LSE ou LSSE ou LDSSSE, ... ;
- $L(D|S)E$, LDE ou LSE ;
- $L(D|S)^+E$, LDE ou LSE mais aussi LDSSE ou LDDSDSE, ... ;
- $L(D|S)^*E$, LE ou LDE ou LSE ou LDSSE ou LDDDE.

La forme générale d'un chemin lumineux est celle du dernier exemple : $L(D|S)^*E$.

3.2.2 Utilisation de l'équation de rendu

Sous sa forme brute, l'équation de rendu (3.1) n'est ni très lisible, ni très utile pour construire un algorithme de rendu d'image. Nous pouvons la réécrire en faisant apparaître les contributions de certains types de chemins lumineux [Zan98] :

$$L_r(x, \vec{\omega}_r) = L_e(x, \vec{\omega}_r) + L_{spec}(x, \vec{\omega}_r) + L_{dir}(x, \vec{\omega}_r) + L_{caust}(x, \vec{\omega}_r) + L_{ind}(x, \vec{\omega}_r) \quad (3.2)$$

- $L_e(x, \vec{\omega}_r)$ est la luminance propre, émise par l'objet depuis le point x dans la direction $\vec{\omega}_r$. Ces chemins sont de type L .

- $L_{spec}(x, \vec{\omega}_r)$ est la luminance réfléchie due à la luminance incidente selon la direction spéculaire, réfléchie et éventuellement réfractée. Ces chemins sont de type LS^+ .
- $L_{dir}(x, \vec{\omega}_r)$ est la luminance réfléchie due à la luminance directe, provenant des sources sans aucune interaction. Ces chemins sont de type LX, où X représente le comportement de l'objet au point x .
- $L_{caust}(x, \vec{\omega}_r)$ est la luminance réfléchie due à la lumière n'ayant subi que des réflexions ou des réfractions spéculaires depuis les sources de lumière. Ces chemins sont de type LS^+X et sont souvent appelés des *caustiques*.
- $L_{ind}(x, \vec{\omega}_r)$ est la luminance réfléchie due à la luminance indirecte, qui a subi des interactions non spéculaires. Cette définition des chemins indirects est de type LD^+S^+X . Ces chemins lumineux sont également dénommés : *interréflexions diffuses* et intègrent les caustiques indirectes.

Chaque type de chemin peut alors être isolé et sa contribution calculée à l'aide d'une méthode spécifique et adaptée. Par exemple, le terme $L_{spec}(x, \vec{\omega}_r)$ est évalué en générant un rayon dans chaque direction spéculaire. Le dernier terme, $L_{ind}(x, \vec{\omega}_r)$, a longtemps été considéré constant et remplacé par le fameux *terme ambiant*, grossière approximation des interréréflexions diffuses de la scène.

Le lecteur intéressé trouvera une description beaucoup plus complète des techniques mises en œuvre dans chaque cas, en parcourant la thèse de J. Zaninetti [Zan98], par exemple.

3.2.3 Intégration numérique : Monte Carlo

La méthode de Monte Carlo est une technique d'intégration numérique couramment utilisée pour traiter les cas difficiles de chemins lumineux, comme les caustiques ou les interréréflexions diffuses. Cette section décrit quelques notions de base qui seront abondamment utilisées par la suite. De plus amples développements se trouvent facilement dans [HH64], [Rub81] mais aussi dans [Laf96] [Vea97] et [SK99].

3.2.3.1 Méthodes naïves

Soit f une fonction de $L^2(0, 1)$ (c'est à dire que $\int_0^1 f^2(x)dx$ existe), et soit I l'intégrale à calculer :

$$I = \int_0^1 f(x)dx$$

L'intégrale I peut être estimée en choisissant un nombre aléatoire uniforme ψ sur $[0, 1]$. La valeur $f(\psi)$ est un estimateur primaire de l'intégrale :

$$\langle I \rangle_{prim} = f(\psi)$$

L'espérance de cet estimateur est égale à I , la valeur recherchée. La variance de l'estimateur est également indiquée ci-dessous :

$$\begin{aligned} E(\langle I \rangle_{prim}) &= \int_0^1 f(x) dx = I \\ V(\langle I \rangle_{prim}) &= \int_0^1 (f(x) - I)^2 dx = \int_0^1 f(x)^2 dx - I^2 \end{aligned}$$

Cette solution n'est pas réellement utilisable. En pratique, la variance de l'estimateur est bien trop importante. L'expérience est donc renouvelée N fois, pour calculer une valeur moyenne des résultats obtenus :

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 f(x) dx = \sum_{i=1}^N \int_0^1 \frac{f(x)}{N} dx \\ \langle I \rangle_{sec} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(\psi_i) \end{aligned}$$

Cet estimateur secondaire est lui aussi non biaisé, son espérance est la valeur de l'intégrale. Sa variance est indiquée ci-dessous :

$$\begin{aligned} E(\langle I \rangle_{sec}) &= \frac{1}{N} \int_0^1 N f(x) dx = I \\ V(\langle I \rangle_{sec}) &= \frac{1}{N} \int_0^1 (f(x) - I)^2 dx \\ &= \frac{V(\langle I \rangle_{prim})}{N} \end{aligned}$$

L'erreur standard diminue proportionnellement à $\frac{1}{\sqrt{N}}$. Il faut donc générer quatre fois plus d'échantillons pour diviser par deux l'erreur moyenne, ce qui est un résultat plutôt médiocre. Il faut toutefois noter qu'il existe des méthodes utilisant des échantillons quasi-aléatoires dont la convergence théorique est de l'ordre de $\frac{1}{N}$ [SKPP99].

3.2.3.2 Techniques de réduction de variance

Il existe toutefois de nombreuses techniques permettant d'améliorer la convergence des méthodes de Monte Carlo, qu'elles utilisent des échantillons uniformes ou quasi-aléatoires. Elles peuvent, de plus, être souvent combinées entre elles, afin d'obtenir des gains réellement intéressants.

Stratification

La stratification consiste à découper le domaine d'intégration en strates, dont les intégrales sont calculées par la méthode naïve. L'estimateur $\langle I \rangle_{strat}$ de l'intégrale est de la forme :

$$\langle I \rangle_{strat} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} \frac{\alpha_j - \alpha_{j-1}}{N_j} f(\alpha_{j-1} + (\alpha_j - \alpha_{j-1})\psi_{ij})$$

où $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_k$ sont les bornes des k strates, telles que $\alpha_0 < \alpha_1 < \dots < \alpha_k = 1$, et où N_j est le nombre d'échantillons tirés dans la strate $[\alpha_{j-1}, \alpha_j]$. ψ_{ij} est l'échantillon i (uniforme sur $[0, 1]$) dans la strate j .

Cet estimateur n'est pas biaisé, et sa variance est de la forme :

$$V(\langle I \rangle_{\text{strat}}) = \sum_{j=1}^k \frac{\alpha_j - \alpha_{j-1}}{N_j} \int_{\alpha_{j-1}}^{\alpha_j} f(x)^2 dx - \sum_{j=1}^k \frac{1}{N_j} \left(\int_{\alpha_{j-1}}^{\alpha_j} f(x) dx \right)^2$$

On peut montrer que cette variance est meilleure que celle de la méthode brutale [HH64], lorsque les différences entre les valeurs moyennes de f dans les strates sont plus grandes que les variations de f à l'intérieur des strates. L'échantillonnage stratifié donne donc ses meilleurs résultats lorsque les strates sont plus fines dans les régions du domaine d'intégration où la fonction varie le plus fortement.

Importance

Il arrive parfois que l'allure générale de la fonction à intégrer soit connue, au moins approximativement. On peut alors utiliser cette connaissance pour concentrer les échantillons dans les zones "importantes" du domaine d'intégration.

Si g est une fonction "proche" de f , l'intégrale peut se réécrire :

$$I = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{f(x)}{g(x)} g(x) dx = \int_0^1 \frac{f(x)}{g(x)} dG(x)$$

et si la fonction de distribution G satisfait :

$$G(x) = \int_0^x g(y) dy \text{ et } G(1) = 1$$

alors un estimateur sans biais de I peut s'écrire :

$$\langle I \rangle_{\text{imp}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{f(\nu_i)}{g(\nu_i)}$$

à condition que les N échantillons ν soient choisis de façon à respecter la distribution G . Si ψ est tiré uniformément sur $[0, 1]$, alors $\nu = G^{-1}(\psi)$.

La variance de cet estimateur est :

$$V(\langle I \rangle_{\text{imp}}) = \int_0^1 \left(\frac{f(x)}{g(x)} - I \right)^2 dG(x)$$

Cette variance est nulle si g est proportionnelle à f , et reste relativement faible lorsque g est une approximation, même grossière, de f .

Contrôle de variations

Cette méthode s'utilise lorsqu'une approximation ϕ de la fonction f est connue, et que ϕ est intégrable analytiquement. L'intégrale est alors décomposée en deux termes :

$$I = \int_0^1 f(x) - \phi(x) + \phi(x) dx = \int_0^1 \phi(x) dx + \int_0^1 [f(x) - \phi(x)] dx$$

Le premier terme est donc intégré analytiquement et le second par la méthode naïve. L'estimateur non biaisé de I est simplement :

$$\langle I \rangle_{var} = \int_0^1 \phi(x) dx + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [f(\psi_i) - \phi(\psi_i)]$$

La qualité de l'approximation utilisée influence directement l'efficacité de cette méthode.

3.2.3.3 Application à l'équation de rendu

Les quelques notions précédentes ne sont pas suffisantes pour estimer, de manière efficace, un résultat de l'équation de rendu (3.1), qui est un cas particulièrement complexe d'intégration. La mise en œuvre de nombreuses autres techniques est nécessaire. Leur exposé complet se trouve dans de nombreuses références de qualité [Laf96] et [Vea97], par exemple. Néanmoins, ce bref rappel était nécessaire pour la lecture de la suite de ce document.

3.2.4 Estimation de densité

L'estimation de densité est une autre technique mise au point par la communauté de statistique appliquée et récemment introduite en synthèse d'image. Elle permet de déterminer efficacement la contribution de certains chemins lumineux présentant des caustiques, ou des interrélflexions diffuses, lors de la résolution de l'équation de rendu.

L'idée de base de l'estimation de densité est de vouloir déterminer, ou plutôt estimer, une fonction inconnue f d'après un certain nombre d'observations distribuées selon cette fonction. C'est à dire que la probabilité qu'une observation se trouve dans le voisinage d'un point x est proportionnelle à $f(x)$. Cette technique d'estimation est donc basée sur le fait qu'il existe, en chaque point, une importante relation entre la densité des observations et la valeur de f .

Ces techniques se classent en deux grandes familles : paramétriques et non paramétriques. Les techniques d'estimation paramétriques utilisent l'existence d'un modèle paramétrique de la fonction à reconstruire : une gaussienne ou un polynôme, par exemple. Seuls les paramètres du modèle sous-jacent seront estimés. L'autre classe de méthodes ne se base pas sur cette supposition et utilise au mieux la distribution des observations afin de reconstruire la fonction à estimer.

La distribution de la luminance dans une scène est une fonction particulièrement complexe, pouvant présenter aussi bien des variations lentes que des discontinuités brusques et très localisées (comme un reflet, une caustique ou tout simplement une ombre). Les techniques non paramétriques semblent plus adaptées. Les sous-sections suivantes introduisent quelques notions clés de l'estimation de densité non-paramétrique, en se basant sur les présentations de [Sil86], [Mys97], [Col97] et [Wal98].

3.2.4.1 Noyau d'estimation

La méthode d'estimation de densité la plus répandue est certainement l'histogramme. Il suffit de diviser le domaine d'observation en plusieurs régions. Il est ensuite très simple de compter le nombre d'observations par région, pour construire une approximation, constante par morceaux, de la fonction à estimer. Cependant, de bien meilleures techniques ont été mises au point. L'une des plus répandues utilise des *noyaux* pour filtrer les observations et construire l'approximation recherchée (*kernel density estimation*). L'approximation est construite en divisant la somme pondérée des observations proches du point d'estimation par l'aire du support de la fonction de pondération (le *noyau*).

Une définition canonique de noyau, notée $K_h(x)$, fait intervenir un paramètre, h , la largeur du support du noyau, en plus de la fonction de pondération K :

$$K_h(x) = \frac{1}{h^d} K\left(\frac{x}{h}\right) \quad (3.3)$$

où d est la dimension du domaine. Nous voulons reconstruire la luminance à la surface des objets, nous utiliserons donc des noyaux de dimension $d = 2$. Généralement, les noyaux ont un volume unitaire, mais il est possible d'intégrer un facteur d'échelle dans cette définition.

N'importe quelle fonction K peut être utilisée comme noyau tant qu'elle vérifie les quelques propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} \int K(t) dt &= 1 \\ \int t K(t) dt &= 0 \\ \int t^2 K(t) dt &= k_2 \neq 0 \end{aligned}$$

L'approximation \tilde{f} de la fonction f , au point x , d'après l'ensemble d'observations $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ s'écrit alors :

$$\tilde{f}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_h(x - X_i) \quad (3.4)$$

Cette formulation peut être comprise de deux manières : soit le noyau est situé au point d'estimation et les observations sont pondérées en fonction de leur distance, soit un noyau est placé sur chaque point d'observation. Dans les deux cas, l'approximation est construite en filtrant plus ou moins les observations, selon la largeur h du noyau utilisé.

3.2.4.2 Choix du noyau

En fait, il apparaît que la fonction de pondération ne joue pas un rôle prépondérant dans la qualité de l'estimation [Sil86], (ou [Col97] pages 137 et 138 pour une démonstration en image). C'est réellement la largeur du noyau qui conditionne la qualité de l'approximation. Nous avons choisi un noyau gaussien principalement pour des raisons de simplicité de calcul. Un noyau canonique gaussien K_h , de dimension d , s'écrit :

$$K_h(x) = \frac{1}{h^d (2\pi)^{\frac{d}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^t x\right) \quad (3.5)$$

où x^t représente le transposé de x , un point de l'espace à d dimensions.

Les propriétés de dérivations du noyau sont héritées par la fonction reconstruite. L'utilisation de cette fonction peut donc guider le choix du noyau. Ces propriétés particulières ne nous sont pas utiles, il n'est donc pas nécessaire d'utiliser un noyau plus coûteux à calculer.

3.2.4.3 Choix de la largeur du noyau

Le choix d'une largeur de noyau est beaucoup plus complexe à réaliser. Il est nécessaire de bien comprendre l'impact de ce choix sur la fonction reconstruite. La figure 3.1 montre une comparaison entre deux images. Celle de gauche est calculée avec une largeur de noyau trop importante, alors que celle de droite utilise une largeur de noyau trop faible.

Formellement, nous pouvons caractériser la qualité de l'approximation en déterminant le biais et la variance de l'estimation de densité [Sil86] :

$$E\tilde{f}(x) = \int K_h(x-y)f(y)dy \quad (3.6)$$

$$\text{biais}_h(x) = E\tilde{f}(x) - f(x) \quad (3.7)$$

$$= \int K_h(x-y)f(y)dy - f(x) \quad (3.8)$$

$$\approx \frac{1}{2}h^2 \nabla^2 f(x) \int y^2 K(y)dy \quad (3.9)$$

$$V\tilde{f}(x) = \frac{1}{n} \left(\int K_h(x-y)^2 f(y)dy \right) - \frac{1}{n} \left(\int K_h(x-y)f(y)dy \right)^2 \quad (3.10)$$

$$\approx \frac{\int K(y)^2 dy}{nh^d} f(x) \quad (3.11)$$

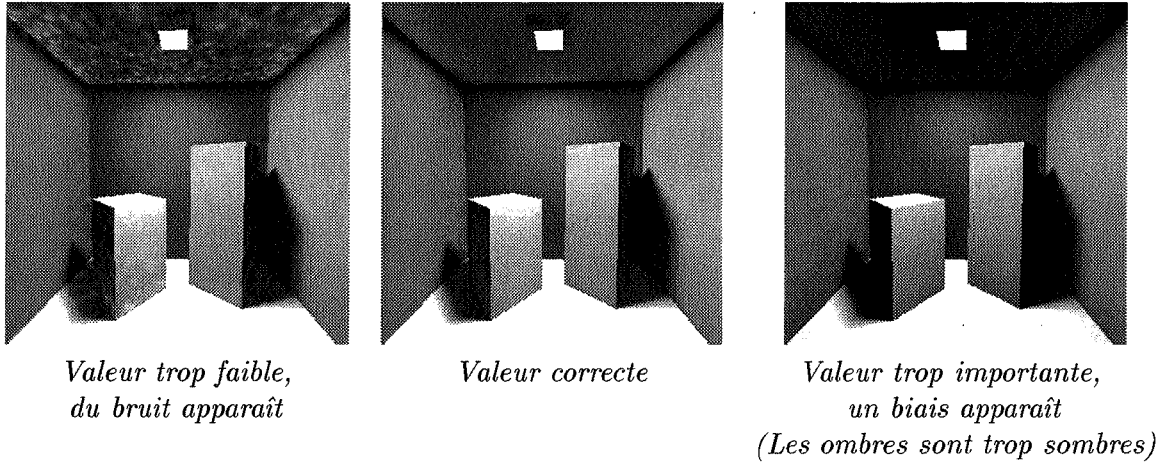


FIG. 3.1 – Influence de la largeur du noyau d'estimation

L'expression de l'espérance de \tilde{f} , équation (3.6), nous indique que l'approximation converge vers la solution correcte convoluée par le noyau utilisé. L'approximation construite par estimation de densité présente donc toujours une erreur ou biais. De plus, ce biais est indépendant du nombre d'observations utilisées pour construire \tilde{f} . Afin de réduire le biais de la solution, dont une approximation est donnée à l'équation (3.9), il est indispensable de déterminer une valeur correcte de la largeur du noyau. L'expression $\nabla^2 f(x)$ est le premier terme de la série de Taylor utilisée pour construire l'approximation ; si f est une fonction à une dimension, ce terme correspond simplement à la dérivée seconde de f . Le noyau utilisé peut également permettre de réduire le biais, mais, en pratique, la valeur de $\int y^2 K(y) dy$ varie peu d'un noyau à l'autre.

La variance, qui caractérise le bruit présent dans la solution, est approchée par l'expression (3.11). Nous constatons que la réduction de la variance nécessite l'utilisation d'une largeur de noyau importante qui provoque en même temps l'introduction d'un biais dans la solution.

Le choix de la valeur optimale de la largeur du noyau dépend donc de la complexité locale de la fonction exacte, et inconnue, f , ainsi que de l'importance que nous attachons à la présence de bruit ou de biais dans l'approximation. Nous pouvons donc laisser le choix à l'utilisateur, utiliser une connaissance *a priori* de la fonction à reconstruire [Col97], utiliser des critères statistiques [Sil86], essayer de minimiser l'erreur quadratique de la solution [Mys97] ou prendre en compte la perception humaine [Wal98].

3.2.4.4 Utilisation des plus proches voisins

Une des solutions courantes (*nearest neighbour estimate*) est d'utiliser la distribution des observations $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ autour de x pour choisir une largeur de noyau. En triant les n plus proches voisins du point x par distance croissante, nous pouvons

construire une estimation de f :

$$\tilde{f}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_{r_k(x)}(x - X_i) \quad (3.12)$$

où $r_1(x) < r_2(x) < \dots < r_n(x)$ est la suite ordonnée des distances des observations X_i par rapport au point x et $r_k(x)$ est la distance séparant x de son k ième plus proche voisin. Le choix du paramètre k est laissé à l'utilisateur.

3.2.4.5 Autres méthodes de sélection

La méthode présentée à la sous-section 3.2.4.1 souffre d'un certain nombre de défauts, notamment d'une erreur de reconstruction importante dans certains cas précis. Son utilisation pour la synthèse d'images peut entraîner la violation de la loi de conservation d'énergie, si l'on ne prend pas certaines précautions.

Une solution connue consiste à utiliser pour chaque observation une largeur de noyau différente. Le choix de ce paramètre pour chaque observation conditionne la qualité de la solution d'une manière identique à celle décrite précédemment. Il est possible d'utiliser les plus proches voisins de chaque observation (*variable kernel estimate* et sa généralisation *adaptive kernel estimate*) ou d'essayer de minimiser l'erreur quadratique de la solution. L'estimation de la fonction f s'écrit dans ce cas :

$$\tilde{f}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_{hr_{i,k}(X_i)}(x - X_i) \quad (3.13)$$

où h est la largeur du noyau et $r_{i,k}(X_i)$, la distance séparant l'observation X_i de son k ième plus proche voisin. Pour un k fixé, le filtrage des observations dépendra de la densité locale à chaque échantillon.

K. Myskowski [Mys97] propose deux méthodes efficaces pour minimiser l'erreur de la solution en estimant le rapport *biais/variance*. S. Collins [Col97] utilise une connaissance *a priori* de la largeur de noyau à utiliser pour chaque observation. Cette information est obtenue lors de la simulation des interactions de photons avec les objets de la scène. B. Walter [Wal98] utilise des critères perceptuels comme la visibilité du biais et du bruit de la solution pour sélectionner une largeur optimale.

3.2.5 Cartes, répartitions de photons

Une solution efficace de l'équation de rendu a été proposée par H. Jensen en 1996 et étendue en 1997 [Jen96, Jen97]. Le lancer de rayons décrit dans cette thèse reprend plusieurs idées fondatrices de cette méthode. Nous allons donc la décrire un peu plus en détail que les techniques précédentes, en relevant les différences notables avec nos développements.

NOTE : La notion de photon manipulée dans la suite de ce document est un abus de langage. Un terme mieux choisi serait le bienvenu, mais la communauté de synthèse d'images l'a déjà, peut être trop rapidement, adopté. En effet, des expressions comme "distribution d'énergie associée à un photon" peuvent, au minimum, surprendre, mais reflètent l'approximation réalisée : il n'est pas réellement possible, en terme d'efficacité, en tout cas, de considérer tous les photons émis par une source de lumière. Les algorithmes décrits dans ce document manipulent des ensembles de photons et associent à un seul élément les propriétés de l'ensemble. Les photons seront, par exemple, représentatifs de plusieurs longueurs d'onde.

3.2.5.1 Principe

Le rendu d'une image est constitué de deux passes. Des photons sont émis depuis les sources de lumières et propagés de manière statistique dans la scène, lors de la première passe. Les photons simulés ont une distribution d'énergie associée au domaine visible complet et seulement quelques centaines de milliers seront propagés, voire une poignée de millions, au maximum. Dans le cas des travaux de H. Jensen, seule une approximation RGB de la distribution d'énergie est utilisée. De même, les matériaux sont décrits par un seul indice de réfraction moyen, ce qui interdit la simulation d'une propagation dépendante de la longueur d'onde. Nous utiliserons par contre une représentation plus précise du comportement des matériaux et des distributions d'énergie (cf. chapitre 4).

La deuxième passe calcule effectivement l'image en combinant des techniques d'estimation de densité et d'intégration de Monte Carlo pour déterminer la luminance réfléchie vers chaque point image. Les photons ne sont utilisés que pour estimer la luminance associée aux caustiques et aux interrélflexions diffuses (cf. section 3.2.2). Les autres termes de l'équation de rendu peuvent être calculés analytiquement ou approchés en utilisant de nouveau la répartition de photons.

Les photons sont stockés dans deux structures de données indépendantes en fonction de la catégorie de chemin lumineux simulé. Les photons contribuant à une caustique sont stockés dans une structure locale avec une grande densité alors que les photons propagés le long de chemins indirects sont stockés dans une structure globale de densité plus faible. Les structures utilisées sont des *k-d trees* [Ben90]. Ces arbres sont une solution simple et efficace aux requêtes de proximité et de localisation nécessaires à l'estimation de densité (cf. section 3.2.4). Ces structures sont nommées *photon maps* ou répartitions, cartes de photons. L'utilisation de deux structures séparées de densité différentes vient de la nature des phénomènes simulés. Les caustiques sont des variations brusques et très localisées du champ de luminance ; leur simulation par les techniques d'estimation de densité requiert une densité importante de photons afin de d'obtenir une qualité suffisante. Les interrélflexions diffuses sont, par contre, des variations lentes du champ de luminance et un résultat de qualité nécessite une densité moindre de photons. Il faut également noter que deux techniques différentes de calcul sont utilisées, afin de tenir

compte des particularités de chaque phénomène.

Les positions des photons sont stockées dans l'espace de description des objets de la scène, ce qui évite de devoir paramétrer la surface des objets, tâche ardue dans les représentations par arbre de construction (CSG) que nous utilisons.

Les sous-sections suivantes détaillent les différents aspects de cette méthode.

3.2.5.2 Propagation de photons

Les photons sont émis, pendant la première passe, depuis les sources de lumière. Un prétraitement permet de déterminer dans quelles directions se trouvent les objets réfléchissants ou réfringents visibles depuis les sources. Un grand nombre de photons est émis dans ces directions et stocké dans la structure locale afin d'obtenir une qualité suffisante lors de la deuxième passe. Les directions ne présentant pas d'objets réfléchissants ou réfringents sont moins échantillonnées, les photons propagés le long de ces chemins seront ajoutés à la structure globale.

La probabilité qu'un photon soit réfléchi lors d'une interaction est proportionnelle à la réflectance du matériau de l'objet touché. Un photon est soit réfléchi, soit absorbé par le matériau. Plus un matériau est spéculaire, plus il réfléchira de photons. Le choix de la direction réfléchie est guidé par le modèle du matériau (cf. section 2.1.4).

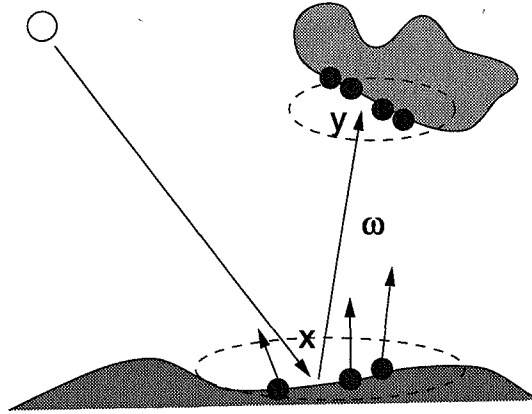
3.2.5.3 Rendu de l'image

L'image est calculée en utilisant une intégration de Monte Carlo, rapidement introduite ci-dessus à la section 3.2.3. Plusieurs rayons primaires sont lancés pour chaque point image et la luminance attribuée au point image est un estimateur secondaire (la moyenne) des échantillons. Un échantillon est tout simplement la luminance réfléchie par l'élément de surface élémentaire centré au point d'intersection d'un rayon primaire.

L'équation de rendu est séparée en plusieurs termes d'une manière similaire à celle présentée à la section 3.2.2. La contribution des caustiques est obtenue en appliquant une estimation de densité aux photons de la structure locale au point x , le point d'intersection d'un rayon primaire. La contribution des interrélflexions diffuses est évaluée indirectement en échantillonnant une direction réfléchie à partir du point x . L'estimation de densité des photons stockés dans la structure globale est appliquée à ce deuxième point de collecte, y (cf. figure 3.2). Les photons de la structure globale sont visualisés indirectement, ils ne constituent qu'une approximation du terme L_{ind} de l'équation de rendu (cf. section 3.2.2).

3.2.5.4 Estimation de densité

La luminance réfléchie par un point x dans une direction $\vec{\omega}_r$, notée $L_r(x, \vec{\omega}_r)$, est obtenue par estimation de densité. Le matériau sur lequel se trouve le point x est décrit

FIG. 3.2 – Visualisation des photons : directe en x , indirecte en y .

par une $BRDF$, noté f_r . Le flux énergétique associé à chaque photon selon sa direction de dépôt $\vec{\omega}_{i,p}$ est noté $\Delta\Phi_p(x, \vec{\omega}_{i,p})$. Lors de l'estimation de densité, les photons sont considérés déposés au point x . La luminance réfléchie est calculée par l'approximation suivante :

$$L_r(x, \vec{\omega}_r) = \int_{\Omega} f_r(x, \vec{\omega}_r \rightarrow \vec{\omega}_{i,p}) \frac{d^2\Phi_i(x, \vec{\omega}_{i,p})}{dA d\omega_i} d\omega_i \approx \sum_{p=1}^N f_r(x, \vec{\omega}_r \rightarrow \vec{\omega}_{i,p}) \frac{\Delta\Phi_p(x, \vec{\omega}_{i,p})}{\pi r^2}$$

où r est le rayon de la sphère contenant les N plus proches photons déposés autour du point x . L'élément de surface dA est approché par πr^2 .

3.3 Rendu spectral

Cette section présente quelques travaux antérieurs dans le domaine du rendu spectral. Etant donné la masse de publications concernant le rendu, il est surprenant de trouver aussi peu de références concernant le rendu spectral, qui n'est généralement considéré que comme une extension évidente des méthodes proposées. Cependant, des méthodes spécifiques permettent d'obtenir de bien meilleurs résultats que ces extensions "évidentes".

3.3.1 Travaux antérieurs

S. Thomas [Tho86] propose une représentation de la dispersion de la lumière par les objets réfractants basée sur des faisceaux. Ces derniers ont un intervalle de longueur d'ondes et une dispersion angulaire associée. La représentation d'un faisceau est affinée lors des événements susceptibles de rompre sa cohérence : une réflexion totale, l'entrée dans un objet réfractant ou une dispersion angulaire trop importante. Cette recherche

de cohérence provoque un nombre important de subdivisions des faisceaux et conduit couramment à la génération d'une centaine de rayons d'échantillonnage par point image.

Yuan *et al.* [YKIS88] améliorent les résultats de Thomas [Tho86] en utilisant une approximation polynômiale du comportement des matériaux réfractants. Les faisceaux sont représentés par trois rayons choisis pour représenter au mieux la dispersion des matériaux dispersifs. L'utilisation de trois rayons permet d'obtenir des temps de calcul très raisonnables. De plus, l'utilisation systématique de techniques d'interpolation basées sur les polynômes décrivant les matériaux permet d'éliminer la plupart des calculs d'intersection requis par la méthode de Thomas.

K. Musgrave [Mus89] présente deux modèles d'arc en ciel et l'algorithme de rendu dispersif associé. L'un des modèles est empirique et l'autre physiquement plausible.

M. Peercy [Pee93] utilise une projection sur une base affine pour représenter les données spectrales des sources de lumières et des matériaux. Cette base est construite par analyse en composantes principales de l'ensemble des distributions d'énergie manipulées pendant le rendu de l'image. La base doit être déterminée avant le rendu, donc l'ensemble de spectres manipulés n'est pas encore connu ; il est approché en considérant des interréllections multiples de niveau 1, 2 et 3 des matériaux présents dans la scène. Cette méthode est décrite plus complètement au chapitre 4, section 4.2.1. De plus, cette méthode est limitée aux réflexions sur les objets opaques et son extension aux matériaux dispersifs n'est pas évidente.

B. Walter [Wal98] présente une approche particulière basée sur la simulation des interactions de photons avec les matériaux des objets de la scène. Un tirage par importance tenant compte de la sensibilité de l'œil lui permet d'émettre plus de photons dans les zones sensibles du domaine visible. L'estimation de densité utilisée ensuite pour reconstruire la luminance se base sur la visibilité du bruit et de l'erreur présents dans la reconstruction. C'est le seul travail, à notre connaissance, mélangeant le rendu spectral et des critères de convergence perceptuels. Toutefois, les travaux de B. Walter se placent dans le cadre des simulations indépendantes du point de vue, la position de l'œil n'est pas connue au moment du calcul de la solution. Nos objectifs sont d'utiliser au mieux la position de l'œil afin de limiter le nombre de photons émis (B. Walter en émet une centaine de million) et, surtout, de ne pas utiliser de photons avec une seule longueur d'onde associée.

G. Evans et M. McCool [EM99] proposent un rendu basé sur un suivi de chemin bidirectionnel [Laf96, Vea97]. Leur motivation est d'arriver à limiter le surcoût du rendu spectral. Leur méthode utilise une stratification du domaine visible. Les chemins lumineux échantillonnés ont une distribution d'énergie associée à l'une des strates. Lorsqu'un chemin rencontre un matériau dispersif, ce qui est supposé être un cas rare, la distribution d'énergie du chemin est réduite à une seule longueur d'onde choisie aléatoirement. La principale contribution de ces travaux est de démontrer la faisabilité d'un rendu spectral souvent considéré comme beaucoup trop lourd. Cependant, le nombre de strates est fixé a priori et ne s'adapte pas aux chemins lumineux échantillonnés ; l'erreur commise lors de l'obtention de la couleur de chaque point image n'est pas connue.

3.4 Contôle perceptuel

Le but du contrôle perceptuel est de fournir de nouveaux critères de convergence aux algorithmes de rendu qui n'utilisent souvent que des critères énergétiques et dépensent une quantité phénoménale de temps et de calculs à déterminer une solution d'une précision souvent mal adaptée aux particularités de la vision humaine.

3.4.1 Travaux antérieurs

S. Gibson et R. Hubold [GH97] utilisent des critères perceptuels pour décider de la taille des éléments d'une solution de radiosité. Ces critères perceptuels sont appliqués à l'image affichée, la fonction de reproduction de tons (cf. chapitre 2) y est donc intégrée. La détermination du niveau moyen d'éclairement de la scène permet de prendre en compte l'adaptation de l'œil afin de décider si un écart en luminance sera visible une fois l'image affichée. Cet écart est tiré de la définition de l'espace colorimétrique uniforme CIELUV, équivalent à l'espace CIELAB présenté au chapitre 2. Ces mêmes critères sont également utilisés pour fixer la précision du calcul de la visibilité relative de deux éléments de la solution. Les mêmes critères sont également mis à contribution pour simplifier le maillage de la solution obtenue en vue d'un affichage interactif.

K. Myszkowski [Mys98] utilise un modèle de vision complet : le *Visible Differences Predictor* de S. Daly [Dal93]. Après une étape importante de validation de l'application de ce modèle aux problèmes de synthèse d'images, plusieurs utilisations sont proposées. L'une d'elles utilise le fait que le modèle simule le masquage (cf. chapitre 2), ce qui permet de mieux contrôler la précision du maillage en éliminant de nombreux éléments lorsque des textures sont présentes. En effet, le "simple" écart colorimétrique utilisé dans la plupart des autres travaux ne permet pas de prédire correctement la visibilité des motifs présents dans l'image. Une autre application intéressante est l'obtention d'un critère de convergence de l'algorithme de rendu : les différences entre deux solutions de précision croissante sont évaluées par le modèle de vision et lorsqu'elles sont suffisamment faibles, le rendu s'achève.

M. Bolin et G. Meyer [BM95, BM98] utilisent également un modèle de vision pour guider leur algorithme de rendu. Leur première publication [BM95] utilise un modèle fréquentiel qui approche la sensibilité au contraste de l'œil (cf. chapitre 2). L'image est donc calculée dans le domaine fréquentiel et la détermination des couleurs utilise des fréquences d'échantillonnage différentes pour chaque canal. Ces fréquences correspondent à l'acuité spatiale de l'œil qui est différente en luminance et en chrominance. Dans leur deuxième publication [BM98], les auteurs utilisent un modèle de vision complet : le modèle de Sarnoff [Lub95]. Ce modèle est cependant simplifié et modifié afin de réduire son temps d'exécution. Le modèle de vision est utilisé pour prédire la convergence de l'algorithme de rendu et évaluer quelles zones de l'image doivent être calculées avec plus de précision. Le critère de convergence est différent de celui présenté ci-dessus par K. Myszkowski. Au lieu de comparer deux images de précisions différentes, les auteurs

construisent statistiquement des images "bornes", une sorte d'intervalle de confiance, à partir de l'image actuelle. C'est la comparaison de ces deux "bornes" qui permettra, soit de décider quelles zones présentent des défauts visibles, soit de terminer le rendu lorsque les erreurs ne sont pas significatives.

B. Walter [Wal98] sépare un écart colorimétrique en deux termes. Le premier concerne la visibilité d'un écart de luminance et le second juge de la fidélité chromatique. Ce critère est utilisé pour établir la visibilité d'un bruit chromatique et d'une erreur en luminance afin de déterminer automatiquement les paramètres de l'estimation de densité utilisée pour le rendu de l'image.

Ramasubramanian *et al.* [RPG99] utilisent un modèle de vision complet mais au lieu de l'utiliser pour comparer deux images, ils l'inversent de manière à obtenir des seuils de luminance correspondant aux seuils de perception. Par exemple, au lieu de calculer une portion d'image avec deux précisions différentes et d'utiliser le modèle de vision pour localiser les erreurs visibles, ils obtiennent directement la précision énergétique que la simulation doit atteindre afin de ne pas produire de défauts visibles. Pour aboutir à ce résultat particulièrement intéressant, la définition du modèle de vision est inversée et le modèle est appliqué en deux passes sur l'image. Le modèle est séparé en deux termes, un global et un local. Le terme global dépend de la répartition spatiale et fréquentielle de la luminance dans l'image et permet de simuler les effets de masquage et de sensibilité au contraste alors que le second ne dépend que de variations locales de la luminance. Le rendu est également séparé en deux passes, afin de précalculer le terme global du modèle de vision lors de la première passe. Cette première passe se base sur l'éclairement direct de la scène pour déterminer l'organisation spatiale et fréquentielle de l'image. La deuxième passe du rendu calcule l'éclairement indirect en utilisant les seuils déterminés lors de la première passe. L'idée de déterminer les seuils de luminance correspondant à un écart perceptuel est particulièrement intéressante. Cependant, ce modèle présente plusieurs limitations. Il est limité à la luminance, et l'éclairement indirect peut faire "apparaître" des détails importants dans l'image qui ne sont donc pas prédits par la première passe. De même, la séparation utilisée semble difficilement extensible à un modèle intégrant l'apparence colorée.

Chapitre 4

Calculs spectraux

Les chapitres précédents ont décrit l'ampleur des problèmes à résoudre et présenté, de manière générale, quelques méthodes permettant de simuler la propagation de l'énergie dans une scène. Nous allons maintenant nous intéresser à la mise en œuvre des calculs spectraux, c'est à dire comment obtenir une couleur, un tritumulus, à partir d'une distribution d'énergie.

Dans la première section, nous rappellerons les principes de base de l'intégration colorimétrique, puis nous présenterons un certain nombre de travaux introduisant des représentations particulières et les méthodes d'intégration associées. La représentation adaptative, introduite par G. Rougeron et B. Péroche [RP97], a été conçue afin de répondre à un certain nombre d'objectifs qui ne sont pas atteints par les méthodes précédentes.

Les sections suivantes critiqueront les méthodes issues des travaux antérieurs afin d'appréhender la nécessité de développer une nouvelle solution adaptée à nos objectifs. La représentation adaptative sera détaillée puis étendue de plusieurs façons afin de rendre efficace le rendu d'une image. L'idée maîtresse de cette représentation est de pouvoir s'adapter à une précision quelconque afin de n'utiliser qu'un nombre minimum de données. Les deux dernières sections du chapitre présenteront une méthode simple permettant de déterminer les seuils qui guideront la construction des représentations ainsi qu'une estimation des performances attendues lors du rendu d'une image.

4.1 Intégration numérique

Le tristimulus d'une distribution d'énergie $S(\lambda)$ sur le domaine visible $[\lambda_{inf}, \lambda_{sup}]$ s'écrit (cf. section 2.5) :

$$X = k \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} S(\lambda) \bar{x}(\lambda) d\lambda$$

$$Y = k \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} S(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda$$

$$Z = k \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} S(\lambda) \bar{z}(\lambda) d\lambda$$

On peut utiliser m échantillons répartis uniformément selon un pas $\delta\lambda = \frac{\lambda_{sup} - \lambda_{inf}}{m+1}$.

$$X = k \sum_{j=1}^m S(\lambda_j) \bar{x}(\lambda_j) \delta\lambda \quad (4.1)$$

$$Y = k \sum_{j=1}^m S(\lambda_j) \bar{y}(\lambda_j) \delta\lambda \quad (4.2)$$

$$Z = k \sum_{j=1}^m S(\lambda_j) \bar{z}(\lambda_j) \delta\lambda \quad (4.3)$$

Les échantillons sont répartis de la manière suivante $\lambda_j = \lambda_{inf} + (j-1)\delta\lambda$ pour $1 \leq j \leq m$.

On peut aussi utiliser d'autres méthodes d'intégration d'ordre supérieur comme celles des trapèzes, de Simpson, de Boole, ou de Weddle. Une comparaison numérique de ces méthodes est décrite par G. Rougeron [Rou98] et dans [SSS92].

Une autre approche visant à diminuer le nombre d'échantillons utilisés, pour une précision équivalente, a été présentée par G. Meyer [Mey88]. Il s'agit d'une quadrature gaussienne, les échantillons ne sont plus choisis uniformément, mais de manière à minimiser l'erreur numérique. Pour aboutir à ce résultat très intéressant, G. Meyer utilise un espace colorimétrique particulier, nommé AC1C2, construit de manière à décorréler l'information présente sur chaque axe. Ainsi, le premier axe, A, représente assez fidèlement l'efficacité lumineuse photopique (la courbe $\bar{y}(\lambda) = V(\lambda)$ de l'espace CIE XYZ), alors que les deux autres, C1 et C2, correspondent à la chrominance. Plus précisément, C1 se rapporte à l'opposition rouge-vert et C2 à l'opposition bleu-jaune.

NOTE : Quadrature gaussienne

Très brièvement, une quadrature gaussienne se propose d'approcher une intégrale de la forme : $\int_a^b f(x)w(x)dx$ par $\sum_{i=0}^n H_i f(x_i)$.

Le détail des opérations permettant de déterminer les valeurs H_i et x_i est exposé dans [Mey88] et [Wal75]. Dans le cas qui nous intéresse, la fonction de poids $w(x)$ et son approximation H_i sont assimilées aux fonctions colorimétriques de l'espace utilisé, CIE XYZ ou AC1C2. Il faut donc déterminer trois ensembles de couples (poids, longueur d'onde), un pour chaque fonction colorimétrique. Cette technique est très efficace, puisqu'elle permet d'obtenir la même précision que l'échantillonnage uniforme en utilisant moitié moins d'échantillons. Le seul inconvénient vient de la nécessité d'utiliser trois

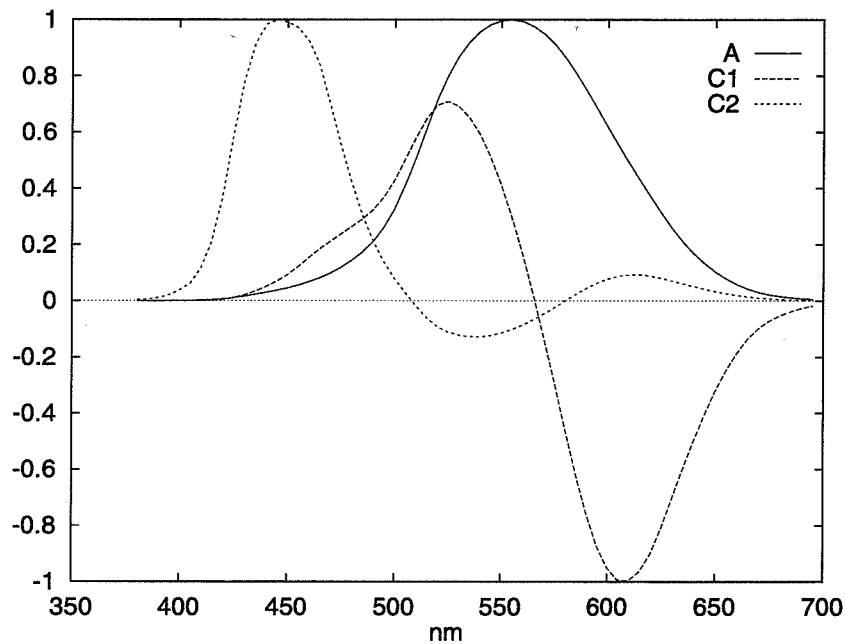


FIG. 4.1 – Fonctions colorimétriques dans AC1C2

A		C_1	
x_i	H_i	x_i	H_i
457.6	0.04639	450.8	0.04863
529.3	0.50400	509.9	0.33007
592.5	0.46254	618.4	-0.47764
660.5	0.04346	679.3	-0.04290

TAB. 4.1 – Poids et longueurs d'ondes pour quadrature gaussienne en AC1C2

ensembles différents. Cependant, C. Borges [Bor94] a proposé une solution permettant d'utiliser trois ensembles de poids pour un même ensemble de longueur d'ondes, ce qui élimine une grande partie des calculs.

L'utilisation de la quadrature gaussienne permet à G. Meyer d'aboutir à la conclusion que seulement quatre échantillons suffisent dans la plupart des cas. Ces longueurs d'ondes correspondent à peu de chose près aux pics des fonctions colorimétriques AC1C2. Les tableaux 4.1 et 4.2 présentent les longueurs d'ondes choisies, les poids associés ainsi que les transformations reliant AC1C2 et CIEXYZ. La figure 4.1 expose la forme des fonctions colorimétriques AC1C2.

Malgré ce résultat particulièrement attirant, cette méthode d'intégration ne permet, ni de prendre en compte la présence de pics dans la distribution d'énergie, ni de connaître l'erreur commise lors du calcul des tristimulus.

$$\begin{pmatrix} A \\ C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.0177 & 1.0090 & 0.0073 \\ -1.5370 & 1.0821 & 0.3209 \\ 0.1946 & -0.2045 & 0.5264 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = K \begin{pmatrix} 0.7311 & -0.6130 & 0.3636 \\ 1.0030 & -0.0123 & -0.0063 \\ 0.1194 & 0.2218 & 1.7628 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ C_1 \\ C_2 \end{pmatrix}$$

TAB. 4.2 – Transformations XYZ, AC1C2

4.2 Représentations de données spectrales

Devant l'échec des méthodes d'intégration classiques, plusieurs auteurs ont recherché de nouveaux moyens d'effectuer ces calculs. Nous allons ici les présenter succinctement, afin de mieux appréhender leurs limites et d'introduire les objectifs particuliers poursuivis lors de la mise au point de la représentation adaptative.

4.2.1 Projection sur une base de fonctions

Dans [RF91], Raso et Fournier ont proposé d'utiliser une représentation polynômiale par morceaux.

Les fonctions de réflectance sont approchées par deux polynômes de degré 3, chacun d'eux étant défini sur une moitié du domaine visible. Les coefficients des polynômes sont déterminés de façon à minimiser l'erreur de la représentation au sens des moindres carrés.

Les distributions d'énergie des sources sont souvent beaucoup plus complexes que les fonctions de réflectance; aussi, les auteurs proposent-ils de continuer à les décrire par un grand nombre d'échantillons uniformément répartis sur le domaine visible.

Les produits source-réflectance nécessaires à la détermination de la distribution d'énergie réfléchi par un objet se ramènent à des produits de polynômes. Afin d'éviter que le degré des polynômes n'augmente trop, les auteurs présentent une technique de réduction de degré basée sur la méthode d'interpolation de Tchebichev. Le degré des polynômes est ramené à 3 après chaque produit en introduisant une erreur de représentation.

Les fonctions colorimétriques sont aussi représentées sous forme de polynômes lors de la détermination du tristimulus.

Une autre solution est présentée par M. Peercy [Pee93] en se basant sur des résultats antérieurs [MW92] [Wan87] et [Mal86]. Une base E de fonctions $E_i(\lambda)$, de dimension p , est construite par analyse en composantes principales d'un ensemble de distributions d'énergie. Cet ensemble doit être représentatif des énergies qui seront manipulées lors du rendu de l'image. [Pee93] développe une méthode statistique pour cette construction en se basant sur les distributions d'énergie des sources et les fonctions de réflectance des

objets présents dans la scène.

Une distribution d'énergie $S(\lambda)$ sera donc représentée par un vecteur S de p termes S_i :

$$S_i = \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} S(\lambda) E_i(\lambda) d\lambda$$

Une fonction de réflectance $r(\lambda)$ sera représentée par une matrice R de dimensions $p \times p$, dont les termes R_{ij} s'expriment par :

$$R_{ij} = \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} r(\lambda) E_i(\lambda) E_j(\lambda) d\lambda$$

Un produit source-réflectance est tout simplement le produit matriciel RS . Le passage aux tristimulus nécessite l'expression des fonctions colorimétriques dans la base. En groupant ces termes T_{ij} dans une matrice T de 3 lignes et p colonnes, les tristimulus s'obtiennent par le produit matriciel TRS , où :

$$T_{ij} = K \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} E_i(\lambda) X_i(\lambda) d\lambda$$

et X_i représente les fonctions colorimétriques CIEXYZ : $X_1(\lambda) = \bar{x}(\lambda)$, $X_2(\lambda) = \bar{y}(\lambda)$ et $X_3(\lambda) = \bar{z}(\lambda)$.

Cette formulation, bien que très élégante, introduit deux types d'erreur :

- seule la représentation du spectre est manipulée, sans tenir compte de l'erreur introduite lors de la projection sur la base E ;
- la dimension, p , de la base se situe couramment entre 3 et 6 afin de limiter le nombre de calculs. Cette limite introduit également une erreur lors du calcul de produits et lors de l'obtention de tristimulus.

Il faut tout de même ajouter que cette méthode permet de traiter des sources contenant des pics, lorsque la dimension de la base E est suffisante, mais encore une fois, sans pouvoir connaître l'erreur commise lors de ces différentes opérations.

Une comparaison des qualités de chacune de ces méthodes est présentée dans [Rou98]. La généralisation aux matériaux transparents n'est pas pratique puisque la fonction de transmission dépend également de la géométrie. Chaque réflexion ou réfraction dans un objet transparent nécessiterait de déterminer le spectre de transmission pour la géométrie observée et ensuite de construire sa représentation.

4.2.2 Autres méthodes

L'idée de Deville *et al.* [DMCP94] est de séparer les pics des parties continues du spectre à analyser, et d'utiliser une méthode d'intégration colorimétrique adaptée dans

chaque cas. Les intervalles continus seront traités par quadrature gaussienne alors que les pics seront intégrés par échantillonnage uniforme. Le premier problème soulevé par la méthode est l'isolement précis et automatique des pics présents dans le spectre. Les auteurs proposent une technique basée sur un seuillage des gradients estimés à chaque longueur d'onde. La sélection automatique du seuil de détection des pics est un problème non complètement résolu et seule l'intervention manuelle de l'utilisateur permettra de lever certaines ambiguïtés. Les fonctions colorimétriques de l'espace AC1C2 sont en partie négatives, ce qui viole l'une des hypothèses de l'intégration par quadrature gaussienne. La solution proposée consiste à découper encore plus finement chaque intervalle en remarquant que lorsque les fonctions colorimétriques sont toutes négatives :

$$\int_a^b S(\lambda)w(\lambda)d\lambda = - \int_a^b S(\lambda)w(-\lambda)d\lambda$$

Les détails de cette acrobatie sont clairement expliqués dans [Rou98] et [DMCP94]. G. Rougeron [Rou98] propose d'effectuer directement l'intégration colorimétrique dans l'espace CIEXYZ ce qui élimine la présence de valeurs négatives et simplifie grandement la procédure.

Un autre aspect pénalisant est la définition d'une somme de deux spectres. En effet, chaque spectre est découpé indépendamment des autres, et l'évaluation de la somme nécessite de déterminer un nouveau découpage commun aux deux spectres, ce qui introduit encore des calculs supplémentaires.

Une autre approche plus récente a été proposée dans [ZCB97]. Zeghers *et al.* présentent une méthode très intéressante basée sur l'idée de supprimer les longueurs d'onde apportant peu d'énergie relativement à leurs voisines. Lorsqu'un échantillon est supprimé dans le spectre, ses voisins sont légèrement modifiés, de sorte que le spectre véhicule approximativement la même énergie. L'erreur énergétique introduite est compensée à chaque suppression. Lorsque l'erreur devient trop importante, la procédure d'élimination prend fin. Les auteurs proposent aussi une extension de cette méthode permettant de simplifier plusieurs spectres simultanément et de les représenter avec le même ensemble de longueurs d'ondes. Le seul inconvénient de cette méthode est qu'elle est limitée au stockage de la représentation. L'intégration colorimétrique nécessite, par exemple, de reconstituer l'échantillonnage uniforme à partir de la simplification. Le gain de temps serait appréciable si toutes les opérations étaient définies de manière à n'utiliser que la représentation au lieu d'imposer la recomposition de l'échantillonnage sous-jacent.

Une comparaison de ces méthodes est présentée plus longuement dans [Rou98]. Ces deux méthodes ne sont pas plus facilement extensibles aux cas des objets transparents que les deux précédentes.

4.3 Représentation adaptative

Les objectifs ayant guidé la mise au point de la représentation adaptative introduite par G. Rougeron et B. Péroche [RP97] apparaissent maintenant assez clairement :

- contrôler l’erreur au niveau de la représentation et du résultat des opérations ;
- définir les opérations en fonction de la représentation et non pas de l’échantillonnage uniforme sous-jacent ;
- intégrer la sensibilité de l’œil afin d’éliminer certaines parties des spectres ;
- ne pas limiter la dimension de la base de projection afin de conserver toute liberté dans la précision de la représentation ;
- traiter les sources comportant des pics ;
- pouvoir définir un modèle local, en réflexion ou en transmission, en ne manipulant que la représentation.

4.3.1 Représentation d’un spectre

Les informations sont projetées sur une base de fonctions dont la propriété principale est de permettre un raffinement de la représentation. Plus la dimension de la base augmente, plus l’erreur diminue.

Les distributions d’énergie ainsi que le comportement des matériaux sont échantillonnées par pas régulier de $5nm$, par exemple. Cette description est une forme de projection sur des fonctions en échelle dont la largeur correspond au pas d’échantillonnage. Une manière naturelle de construire une base de fonctions de dimension variable est d’utiliser une décomposition hiérarchique de ces fonctions en échelle. Chaque niveau de la représentation est défini en groupant deux à deux les éléments du niveau inférieur. La base de fonctions ϕ_i^j associée aux ondelettes de Haar regroupe ces propriétés. Les fonctions $\phi_i^j(\lambda)$ sont définies sur le domaine visible $[\lambda_{inf}, \lambda_{sup}]$ par (cf. figure 4.2) :

$$\phi_i^j(\lambda) = \begin{cases} 1 & \text{si } \lambda \in [\lambda_{inf} + i \frac{\lambda_{sup}-\lambda_{inf}}{2^j}, \lambda_{inf} + (i+1) \frac{\lambda_{sup}-\lambda_{inf}}{2^j}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.4)$$

Elles correspondent tout simplement à un partitionnement complet du domaine visible en groupant les longueurs d’ondes voisines en intervalles de plus en plus importants. La racine de la décomposition, la projection sur la fonction ϕ_0^0 correspond à tout le domaine visible. De même, la fonction ϕ_0^1 correspond à la moitié gauche du domaine visible alors que la fonction ϕ_1^1 correspond à la moitié droite, ϕ_0^2 au quart gauche et ϕ_3^2 , au quart droit.

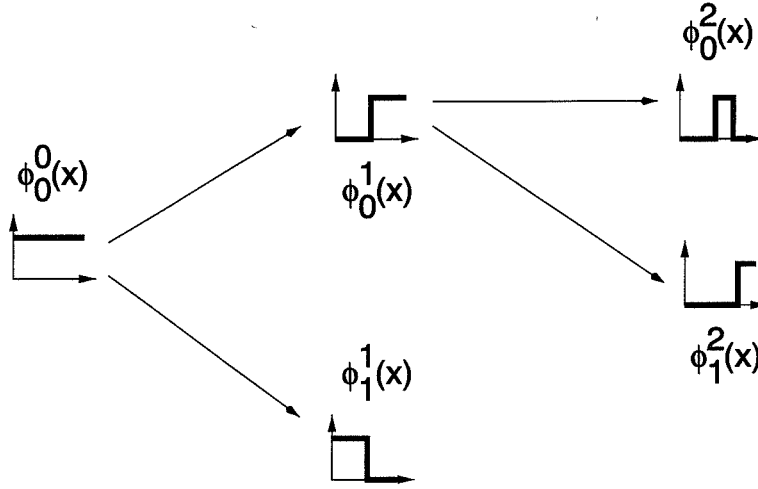


FIG. 4.2 – Base de fonctions hiérarchique

La représentation d'une fonction f sur cette base nécessite de déterminer le coefficient associé à la projection sur chaque fonction de la base et l'erreur introduite par cette approximation. Nous sommes également intéressés par une erreur colorimétrique et non par une erreur énergétique comme une norme L^p . Cette particularité, associée à la notion de métamérisme (cf. section 2.5) nous oblige à définir une projection adaptée, au lieu d'un simple produit scalaire. Ainsi le coefficient \bar{f}_i^j associé à chaque fonction ϕ_i^j doit minimiser l'écart colorimétrique défini dans l'espace CIE CYZ $\sum_{\bar{a}=\bar{x},\bar{y},\bar{z}} (\epsilon_{f\bar{a}_i^j})^2$, avec :

$$\epsilon_{f\bar{a}_i^j} = K \int_{\lambda_i^j}^{\lambda_{i+1}^j} (f(\lambda) - \bar{f}_i^j) \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.5)$$

Les bornes des intervalles d'intégration sont définies par : $\lambda_i^j = \lambda_{inf} + i \frac{\lambda_{sup} - \lambda_{inf}}{2^j}$. Les fonctions $\bar{a}(\lambda)$ correspondent aux fonctions colorimétriques $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$ et $\bar{z}(\lambda)$ de l'espace CIE XYZ. La valeur \bar{f}_i^j qui minimise l'écart colorimétrique s'exprime par :

$$\bar{f}_i^j = \frac{\sum_{\bar{a}=\bar{x},\bar{y},\bar{z}} \int_{\lambda_i^j}^{\lambda_{i+1}^j} \bar{a}(\lambda) d\lambda \int_{\lambda_i^j}^{\lambda_{i+1}^j} f(\lambda) \bar{a}(\lambda) d\lambda}{\sum_{\bar{a}=\bar{x},\bar{y},\bar{z}} \left(\int_{\lambda_i^j}^{\lambda_{i+1}^j} \bar{a}(\lambda) d\lambda \right)^2} \quad (4.6)$$

Cette minimisation est locale à chaque intervalle $[\lambda_i^j, \lambda_{i+1}^j]$, c'est à dire que chaque coefficient \bar{f}_i^j est indépendant des autres. Une minimisation globale permettrait de réduire encore l'erreur colorimétrique totale. Cependant, la recherche du minimum global handicape sérieusement une autre propriété recherchée : la définition progressive de la base nécessaire pour atteindre une précision requise. En effet, la projection sur la fonction ϕ_0^0 permet de déterminer une valeur moyenne \bar{f}_0^0 et trois erreurs : $\epsilon_{\bar{f}_{\bar{x}}^0}$, $\epsilon_{\bar{f}_{\bar{y}}^0}$ et $\epsilon_{\bar{f}_{\bar{z}}^0}$. Si l'erreur de cette représentation $\sqrt{(\epsilon_{\bar{f}_{\bar{x}}^0})^2 + (\epsilon_{\bar{f}_{\bar{y}}^0})^2 + (\epsilon_{\bar{f}_{\bar{z}}^0})^2}$ est supérieure à un seuil

fixé, il est aisé de remplacer la projection de f sur la fonction ϕ_0^0 par les projections sur les fonctions ϕ_0^1 et ϕ_1^1 afin de diminuer l'erreur de la représentation. La localisation de la minimisation facilite cette opération, alors que la recherche du minimum global demanderait de recalculer les projections sur toutes les fonctions de la base utilisées par la représentation.

Les échantillons définissent implicitement une base de fonctions. Lorsque la représentation utilise le même ensemble de fonctions que les échantillons, l'erreur est nulle et la représentation exacte. Par exemple, un domaine visible $[380nm, 700nm]$ défini avec un pas de $5nm$ contient 64 échantillons. Au niveau 6 de la décomposition, les fonctions ϕ_0^6 à ϕ_{63}^6 correspondent aux fonctions implicites définies par les échantillons, l'erreur d'une représentation basée sur les 64 fonctions ϕ^6 sera donc nulle.

Résumons :

La projection d'une fonction $f(\lambda)$ sur la base ϕ permet de déterminer pour chaque fonction ϕ_i^j une valeur moyenne et trois écarts colorimétriques :

- la valeur moyenne \bar{f}_i^j minimise localement l'erreur due à la projection ;
- cette erreur permet de déterminer si la représentation est suffisamment précise ;
- la localisation de la minimisation de l'erreur permet facilement d'augmenter la dimension de la base et, ainsi, de réduire l'erreur de projection ;
- la réduction de l'erreur se fait en remplaçant les fonctions dont les projections sont trop imprécises par leurs filles dans la décomposition hiérarchique. La fonction ϕ_i^j peut être remplacée par les fonctions ϕ_{2i}^{j+1} et ϕ_{2i+1}^{j+1} .

Les sous-sections suivantes précisent comment représenter une source de lumière, des matériaux, les fonctions colorimétriques et également le calcul progressif d'une représentation, c'est à dire comment déterminer une représentation pour une précision donnée. La définition des opérations nécessaires au rendu d'une image seront ensuite établies. Des expressions composées de plusieurs de ces opérations seront également introduites afin d'acroître l'efficacité de la représentation adaptative.

4.3.2 Représentation des sources de lumière

La distribution d'énergie des sources de lumière est classiquement représentée par un échantillonnage régulier sur le domaine visible. Les données à notre disposition s'étendent de $380nm$ à $700nm$ avec un pas de $5nm$. Les 64 données permettent de définir les 7 premiers niveaux de la décomposition hiérarchique. Nous pouvons donc appliquer les équations 4.6 et 4.5 sur les 127 fonctions définissant les 7 premiers niveaux de la décomposition. Les figures 4.3 et 4.4 illustrent différentes représentations régulières, c'est à dire obtenues pour les ensembles de fonctions ϕ^0 , ϕ^1 , ϕ^2 , ϕ^3 , ϕ^4 , ϕ^5 et ϕ^6 . La sous-section 4.3.5 détaillera comment obtenir une représentation pour une erreur fixée.

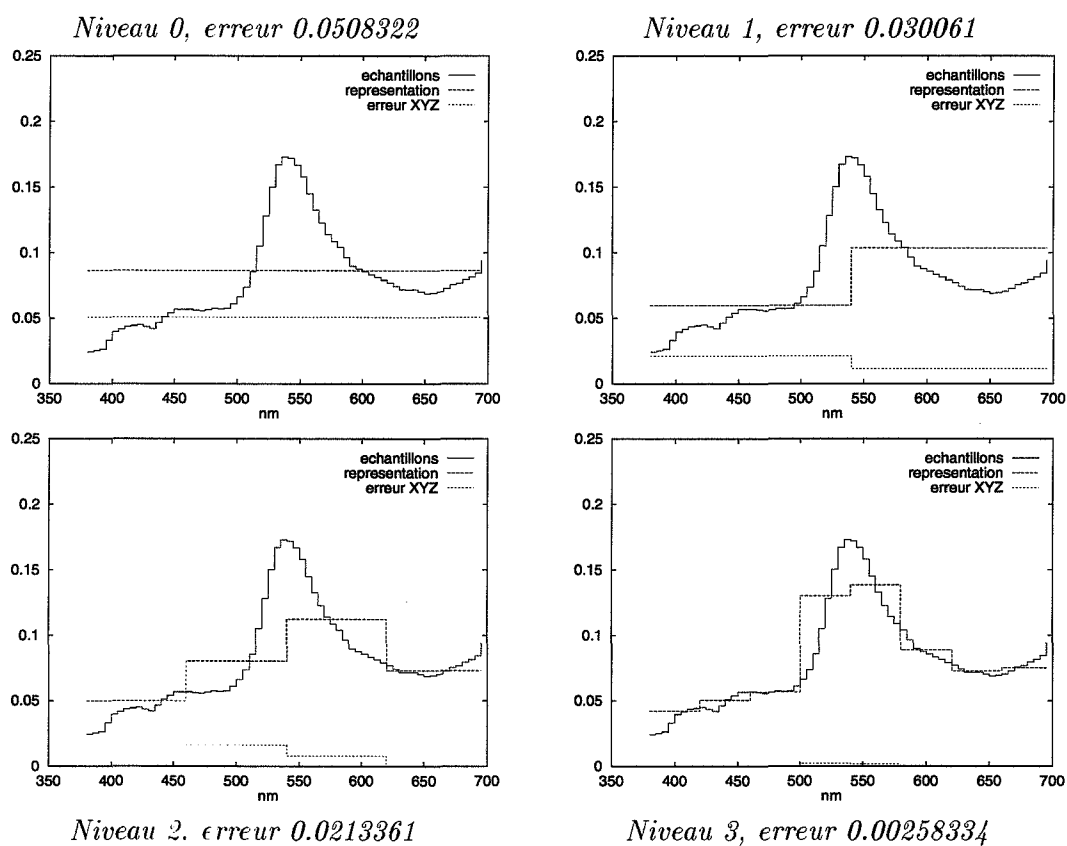


FIG. 4.3 – Exemple de représentation complète

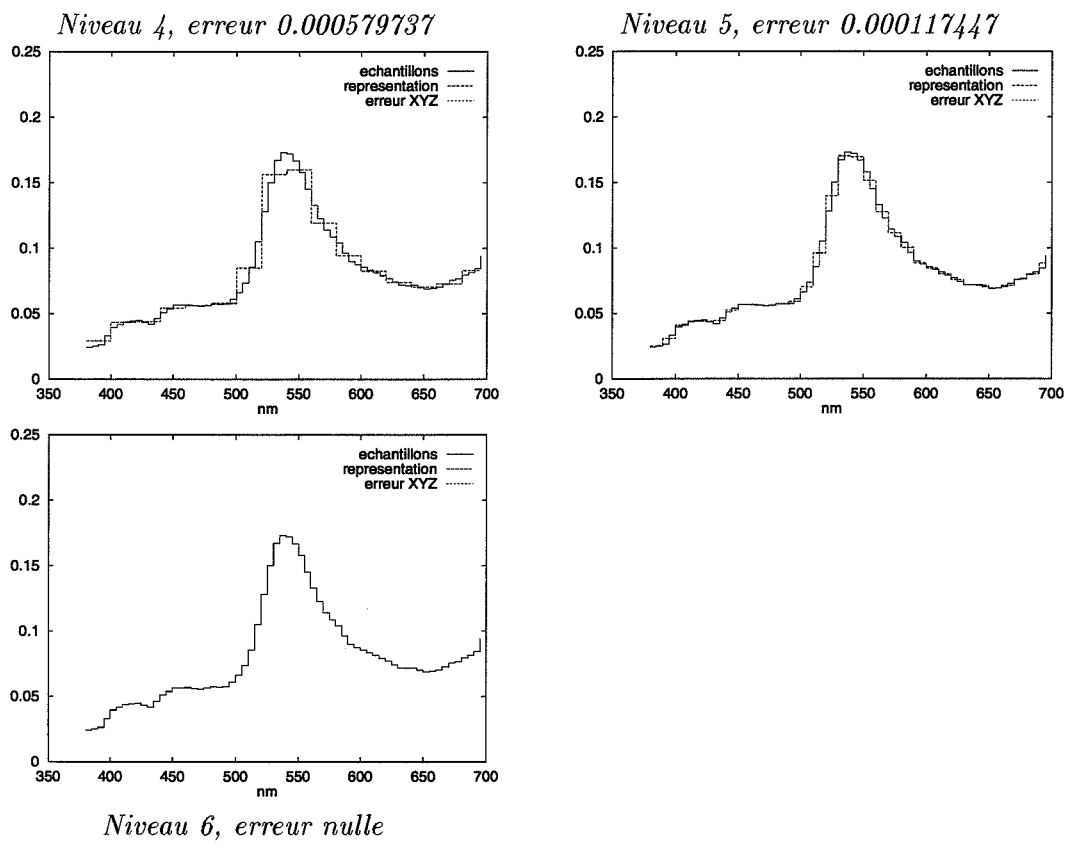


FIG. 4.4 – Exemple de représentation complète (suite)

4.3.3 Représentation des fonctions colorimétriques

Les fonctions colorimétriques permettent de déterminer les tristimulus CIEXYZ de manière très simple. En effet, l'approximation sur chaque fonction de la base étant une constante, il suffit de réécrire l'intégration colorimétrique :

$$A = K \int_{\lambda_i^j}^{\lambda_{i+1}^j} \bar{f}_i^j \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.7)$$

$$= K \bar{f}_i^j \int_{\lambda_i^j}^{\lambda_{i+1}^j} \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.8)$$

avec $A = X, Y, Z$ et $\bar{a} = \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$. La projection des fonctions colorimétriques est simplement :

$$\bar{A}_i^j = K \int_{\lambda_i^j}^{\lambda_{i+1}^j} \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.9)$$

4.3.4 Représentation des matériaux

Les matériaux sont habituellement définis sous forme analytique et, depuis peu, d'après des mesures, bien que l'utilisation de mesures soulève un certain nombre de questions [Noé99]. Cependant, les mesures spectrales de modèles de matériaux sont encore particulièrement rares, aussi nous avons préféré utiliser, en premier lieu, un modèle analytique. Il s'agit du modèle de Schlick [Sch94a], présenté de manière générale dans le Chapitre 2. Ce modèle est constitué de deux termes : un terme géométrique, noté D et un terme spectral, noté S :

$$f(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r, \lambda) = S(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r, \lambda) D(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r)$$

avec

$$S(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r, \lambda) = C(\lambda) + (1 - C(\lambda))(1 - u)^5 \quad (4.10)$$

Cette définition est valable pour une longueur d'onde. Les coefficients $C(\lambda)$ définissent le comportement du matériau à incidence normale sur le domaine visible. En observant mieux la formulation du terme spectral, équation 4.10, il est aisé de se rendre compte qu'il s'agit d'une interpolation entre deux comportements. Le premier est défini à incidence normale, le second à incidence rasante et est égal à 1 pour toutes les longueurs d'ondes. C'est la géométrie de la réflexion qui détermine la participation de chaque spectre au comportement du matériau, à travers le facteur $(1 - u)^5$. Nous voulons définir la représentation adaptative du terme spectral. Les coefficients $C(\lambda)$ sont connus et nous pouvons éventuellement en construire une représentation adaptative, il serait donc intéressant de pouvoir définir la représentation de S directement à partir de celle de C . La représentation de C comporte une valeur \bar{C} ainsi que trois erreurs $\epsilon_{C\bar{x}}, \epsilon_{C\bar{y}}$ et $\epsilon_{C\bar{z}}$ pour chaque intervalle (les indices sont abandonnés afin d'augmenter la lisibilité).

Essayons de développer la formulation du terme spectral :

$$A = \int [C(\lambda) + (1 - C(\lambda)) f_u] \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.11)$$

$$= f_u \int \bar{a}(\lambda) d\lambda + (1 - f_u) \int C(\lambda) \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.12)$$

avec $f_u = (1 - u)^5$. Nous pouvons maintenant introduire les termes \bar{C} et $\epsilon_{C\bar{a}}$:

$$A = f_u \int \bar{a}(\lambda) d\lambda + (1 - f_u) \int [\bar{C} + (C(\lambda) - \bar{C})] \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.13)$$

$$= f_u \int \bar{a}(\lambda) d\lambda + (1 - f_u) \left[\bar{C} \int \bar{a}(\lambda) d\lambda + \int (C(\lambda) - \bar{C}) \bar{a}(\lambda) d\lambda \right] \quad (4.14)$$

L'équation 4.5 définit l'expression générale de l'erreur de projection qui est facilement reconnaissable dans le dernier terme de la formulation précédente. En notant :

$$\epsilon_{C\bar{a}} = \int (C(\lambda) - \bar{C}) \bar{a}(\lambda) d\lambda$$

nous obtenons :

$$A = f_u \int \bar{a}(\lambda) d\lambda + (1 - f_u) \left[\bar{C} \int \bar{a}(\lambda) d\lambda + \epsilon_{C\bar{a}} \right] \quad (4.15)$$

Cette dernière équation peut être lue comme la réflexion d'une source unitaire, dont toutes les longueurs d'onde véhiculent une énergie égale à 1, sur le matériau défini par le modèle de Schlick. Nous pouvons maintenant exprimer la représentation du terme spectral en fonction de celle des coefficients C :

$$\bar{S}_i^j = (1 - f_u) \bar{C}_i^j + f_u \quad (4.16)$$

$$\epsilon_{S\bar{a}_i^j} = (1 - f_u) \epsilon_{C\bar{a}_i^j} \quad (4.17)$$

Les coefficients $C(\lambda)$ sont disponibles pour un grand nombre de matériaux. La figure 4.5 présente quelques réflectances mesurées à incidence normale [MMD76]. La construction de la représentation de ces réflectances ne pose pas de problèmes particuliers : il suffit d'appliquer les équations 4.6 et 4.5. La figure 4.6 démontre le changement de comportement de la réflectance 6-vert bleuâtre tirée de la figure 4.5.

4.3.4.1 Matériaux transparents

Les matériaux transparents sont aussi définis en utilisant le modèle de Schlick. Leurs coefficients de réflexion à incidence normale $C(\lambda)$ sont facilement déductible de l'indice de réfraction $n(\lambda)$ qui est disponible, à cette incidence, pour un grand nombre de matériaux :

$$C(\lambda) = \left(\frac{n(\lambda) - 1}{n(\lambda) + 1} \right)^2 \quad (4.18)$$

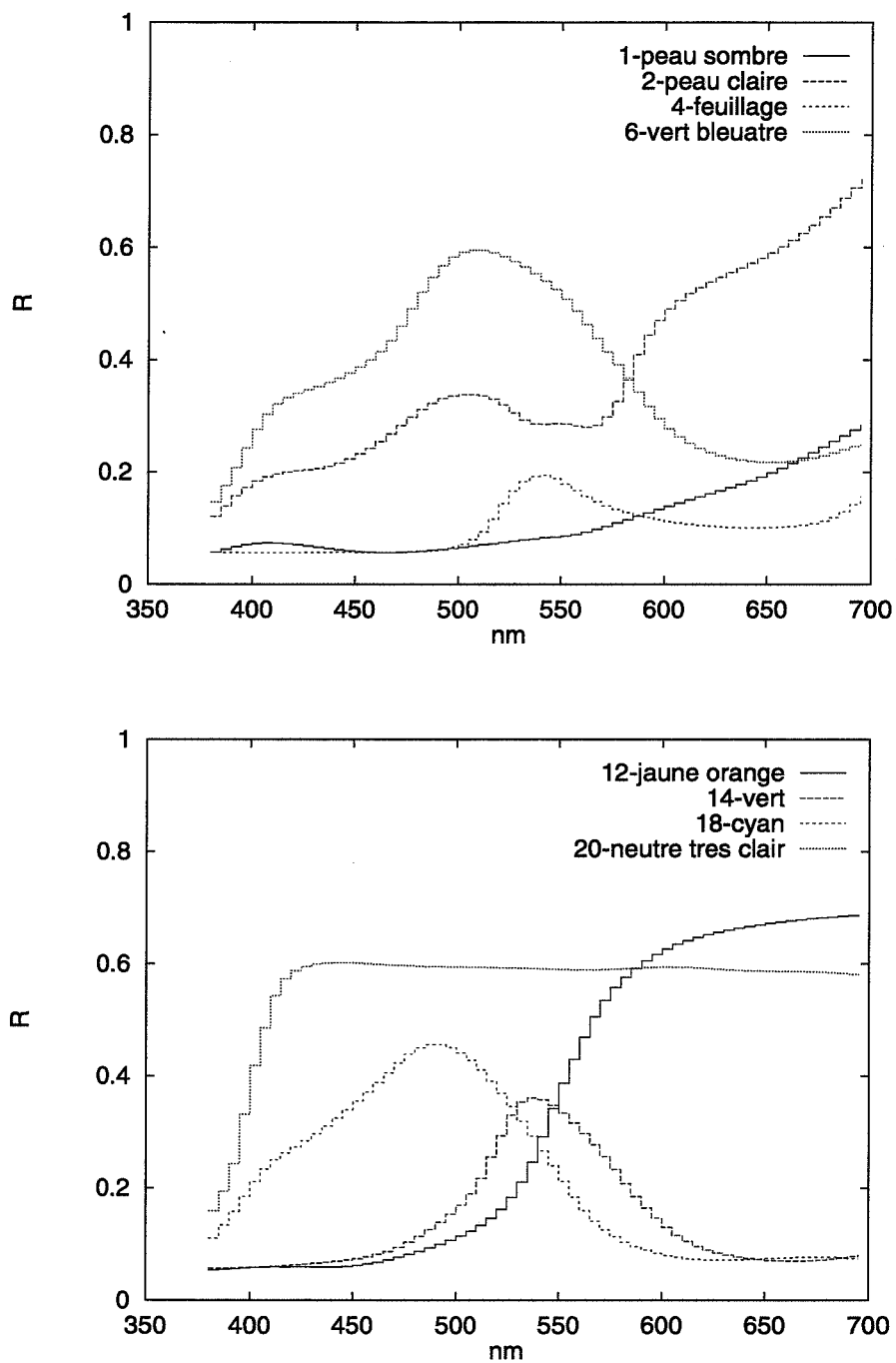
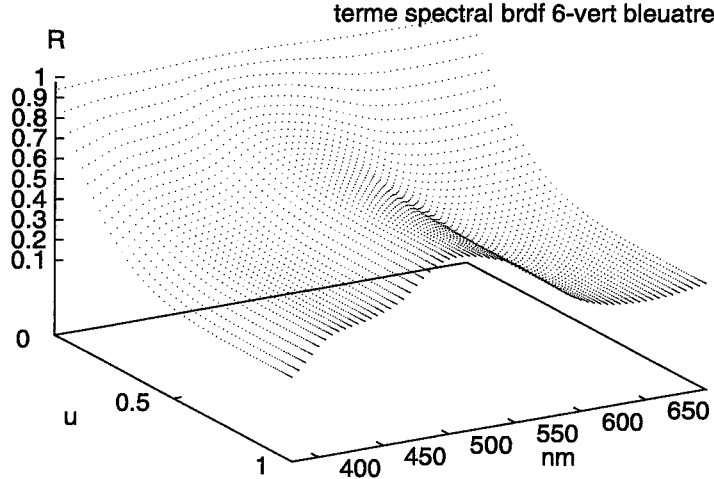


FIG. 4.5 – Quelques réflectances à incidence normale

FIG. 4.6 – Variation du terme spectral S selon la géométrie de réflexion

La représentation adaptative se détermine aussi dans ce cas en appliquant les équations 4.5 et 4.6.

Les indices de réfraction des verres sont souvent décrits par un code à six chiffres permettant de déterminer le nombre d'Abbe [BN95], noté v . Il indique le rapport entre l'indice de réfraction n_d à $\lambda_d = 587\text{nm}$ et la différence des indices n_F et n_C entre les longueurs d'ondes $\lambda_F = 486\text{nm}$ (bleu) et $\lambda_C = 656\text{nm}$ (rouge) :

$$v = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} \quad (4.19)$$

Le code comporte deux champs de trois chiffres : $nnnddd$. Le premier champ représente des indices de réfraction variant de 1 à 2.3 en utilisant la relation : $nnn = 1000(n_d - 1)$. Le deuxième champ $ddd = 10v$ exprime le nombre d'Abbe. On peut donc facilement retrouver l'indice de réfraction n_d et la dispersion du verre, c'est à dire la différence entre les indices n_F et n_C :

$$n_d = \frac{nnn}{1000} + 1 \quad (4.20)$$

$$n_F - n_C = \frac{nnn}{100ddd} \quad (4.21)$$

La variation des indices de réfraction des verres a fait l'objet de nombreuses études [BN95]. En fait, dans le domaine visible, la variation est faible, ce qui permet d'utiliser

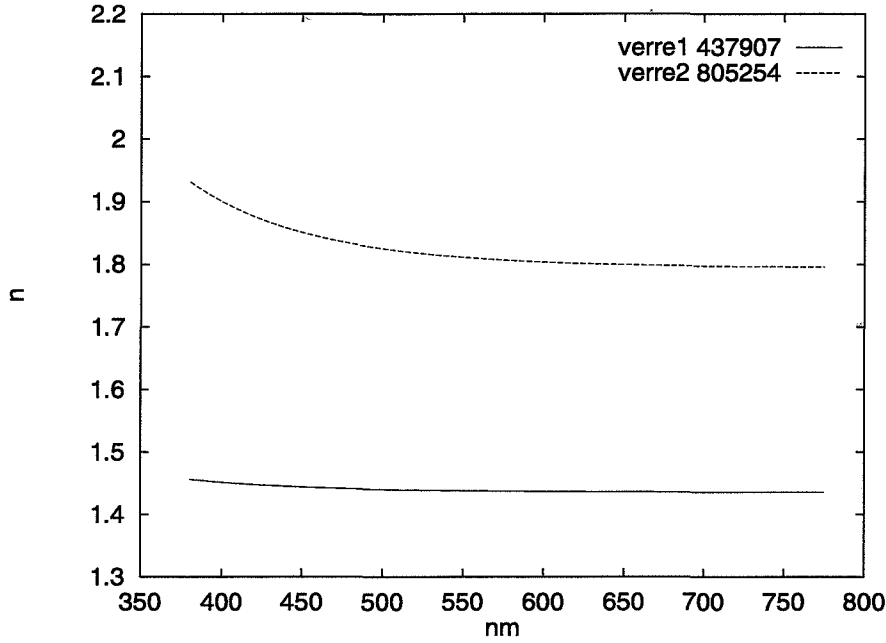


FIG. 4.7 – Indices de réfraction

une approximation très simple, due à Cauchy :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} \quad (4.22)$$

La détermination des constantes A, B, C , en fonction de n_d et de la différence $(n_F - n_C)$, ne pose pas de problème particulier :

$$A = n_d \quad (4.23)$$

$$B = \lambda_d^2 \left(n_d - A - \frac{C}{\lambda_d^4} \right) \quad (4.24)$$

$$C = \frac{(n_F - n_C) + \lambda_d^2 n_d \left(\frac{1}{\lambda_F^2} - \frac{1}{\lambda_C^2} \right) + \lambda_d^2 A \left(\frac{1}{\lambda_C^2} - \frac{1}{\lambda_F^2} \right)}{\frac{1}{\lambda_d^2 \lambda_F^2} - \frac{1}{\lambda_d^2 \lambda_C^2} + \frac{1}{\lambda_C^4} - \frac{1}{\lambda_F^4}} \quad (4.25)$$

La figure 4.7 illustre la variation de l'indice de réfraction à incidence normale pour deux verres. Le premier est le moins dispersif connu, son code est 437-907, son indice de réfraction à $587nm$ est de 1.437, alors que le second, codé 805-254, est le plus dispersif connu, son indice de réfraction est de 1.805.

4.3.5 Représentation progressive

Les sous-sections précédentes ont montré l'adéquation de la représentation avec certains objectifs comme l'obtention de la représentation de modèles de matériaux,

aussi bien en réflexion qu'en réfraction. Il est cependant nécessaire d'expliciter le concept central de la représentation adaptative : la détermination d'une représentation compacte pour une erreur fixée. La clé de cette adaptativité réside dans le remplacement d'une fonction de projection par ses deux filles dans la décomposition hiérarchique. Imaginons que nous ayons calculé la projection sur chacune de ces fonctions. Plus la fonction de projection appartient à un niveau profond de la base, plus l'intervalle associé est étroit et plus l'erreur diminue. Il vient rapidement l'idée d'essayer des fonctions de plus en plus précises afin d'arriver à une représentation ne dépassant pas l'erreur donnée. L'algorithme général de ce calcul progressif peut se résumer ainsi :

- . calculer la projection sur la première fonction de la base
- . initialiser l'erreur de la représentation
- . tant que l'erreur de la représentation est supérieure au seuil :
 - . remplacer la fonction dont la projection introduit l'erreur la plus importante par ses deux filles :
 - . éliminer cette fonction de la représentation
 - . calculer la projection sur les deux filles
 - . mettre à jour l'erreur de la représentation

Cette solution n'est pas optimale : nous ne sommes pas sûr de trouver le découpage (l'ensemble de fonctions de base) le plus petit permettant d'obtenir une erreur inférieure au seuil. Ce problème est directement lié à l'exploration de graphes partiellement connus [CLR92] [Nil82]. La racine d'un tel graphe correspond à la représentation ne comportant que la projection sur la fonction ϕ_0^0 . Chaque sommet est un découpage particulier, c'est à dire un ensemble déterminé de fonctions de base. Les arcs reliant les sommets indiquent quelle fonction de la base a été remplacée dans la représentation. La longueur des arcs est l'erreur de projection de la fonction indiquée. Un exemple de graphe est visible sur la figure 4.8.

La solution proposée revient à choisir, lors du parcours du graphe, le voisin le plus proche. La solution optimale consisterait à choisir le voisin qui nous rapproche le plus du but recherché. Une particularité de ce graphe est qu'il possède plusieurs états finals et que ces états ne sont pas connus a priori. En effet, un état final représente un découpage, ou une représentation dont l'erreur est inférieure au seuil. Il existe évidemment de nombreux états remplissant ces conditions. Le seul connu correspond à la base implicite définie par l'échantillonnage uniforme. Il faut donc déterminer un critère supplémentaire pour spécifier l'état final optimal. Celui-ci correspond simplement à l'état final le plus proche de la racine du graphe, non pas en terme de distance (qui est associée à l'erreur), mais en terme de nombre d'arcs. Ce critère supplémentaire définit l'état final optimal :

- 1) l'erreur du découpage est inférieure au seuil ;
- 2) le nombre d'intervalles est minimal.

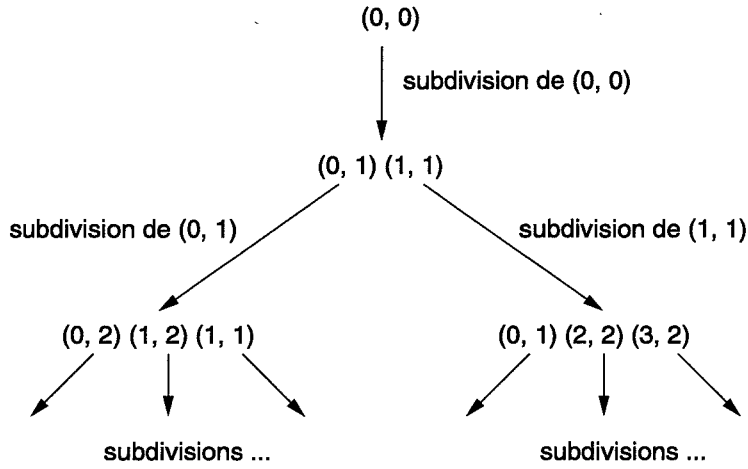


FIG. 4.8 – Graphe de construction d'une représentation. La notation (i, j) correspond à une fonction ϕ_i^j

Parmi les algorithmes de recherche de chemins optimaux, le plus utilisé est sans doute le plus simple : A^* . Il utilise une heuristique qui estime la distance restant à parcourir pour atteindre le but. Cependant, cet algorithme n'est pas directement applicable à notre cas : il nécessite de calculer chaque état du graphe, calcul que nous ne souhaitons pas effectuer. Les algorithmes permettant de traiter de telles situations sont beaucoup plus complexes. Bien que l'adaptation des travaux de A. Stentz [Ste94, Ste95] ait permis de déterminer de meilleures représentations que celles obtenues par notre première solution, le temps de calcul et l'occupation en mémoire étaient réellement pénalisants.

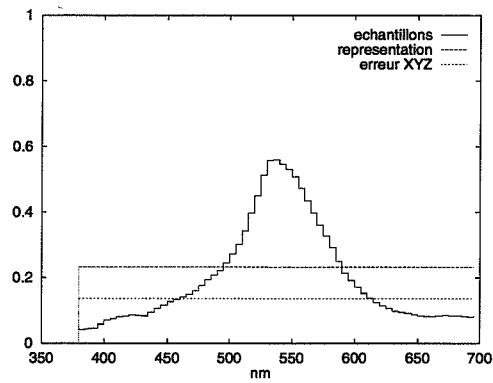
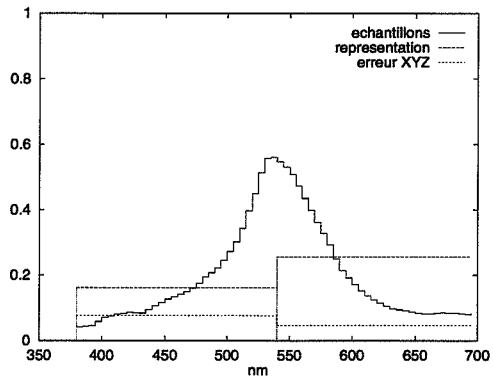
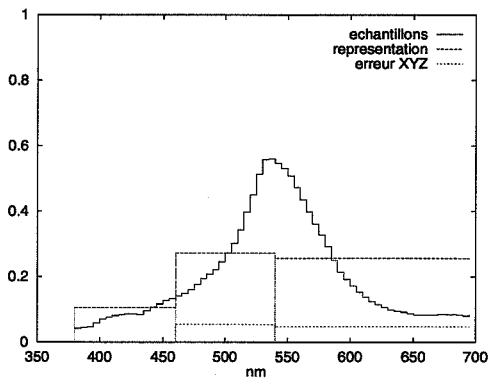
Reprenons l'algorithme de calcul progressif : après avoir choisi quelle fonction éliminer, nous devons la remplacer par ses deux filles. L'erreur de la représentation ϵ est la somme des erreurs de projections :

$$\epsilon_{\bar{a}} = \sum_{(i,j) \in D} \epsilon_{\bar{a}_i^j} \quad (4.26)$$

$$\epsilon = \sqrt{(\epsilon_{\bar{x}})^2 + (\epsilon_{\bar{y}})^2 + (\epsilon_{\bar{z}})^2} \quad (4.27)$$

où D est l'ensemble des fonctions ϕ utilisées par la représentation et $\bar{a}(\lambda)$ les fonctions colorimétriques de l'espace CIEXYZ.

Éliminons la fonction ϕ_k^l de D . Il faut alors calculer la projection sur les nouvelles fonctions ϕ_{2k}^{l+1} et ϕ_{2k+1}^{l+1} , les ajouter à D et recalculer ϵ , l'erreur de la représentation. En remplaçant à chaque itération la fonction introduisant l'erreur la plus importante, nous obtenons un découpage, un ensemble d'intervalles D , ainsi qu'une erreur associée, ϵ , inférieure au seuil choisi. Les figures 4.9 à 4.12 illustrent les étapes successives de l'algorithme.

FIG. 4.9 – Initialisation, intervalle I_0^0 . $\epsilon = 0.1364$.FIG. 4.10 – Introduction des intervalles I_0^1 ($\epsilon = 0.0767$) et I_1^1 ($\epsilon = 0.0471$). L'intervalle I_0^1 doit être subdivisé.FIG. 4.11 – I_0^1 a été remplacé par les intervalles I_0^2 and I_1^2 .

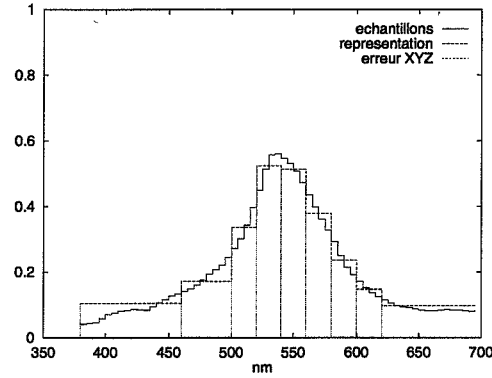


FIG. 4.12 – 9 intervalles pour une erreur indétectable (0.68 CIE LAB).

4.4 Opérations

La simulation des interactions lumière-matériaux nécessite certaines manipulations, ou opérations, comme le produit de deux spectres afin de déterminer la lumière réfléchie par un objet. Nous allons, ici, définir ces opérations sur la représentation que nous venons de construire.

Les définitions de cette section considèrent que les spectres sont découpés de la même manière, c'est à dire qu'ils sont projetés sur le même ensemble de fonctions de la base ϕ . La section 4.5 montrera comment obtenir un découpage commun à toutes les opérandes.

4.4.1 Produit

Considérons un spectre incident, L et un matériau M dont le comportement est décrit suivant le modèle de Schlick étendu. Notons le terme spectral S , f_u le terme en $(1 - u)^5$ et la constante géométrique D . L'équation de réflectance (cf. chapitre 2, équation 3.1) qui exprime la luminance réfléchie par une surface élémentaire autour du point x , dans la direction $\vec{\omega}_r$:

$$L(x, \vec{\omega}_r) = L_e(x, \vec{\omega}_r) + \int_{\Omega_i} f_r(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) L(x, \vec{\omega}_i) \cos \theta_i d\omega_i \quad (4.28)$$

La luminance, comme toutes les grandeurs radiométriques est dépendante de la longueur d'onde. Le tristimulus s'écrit :

$$A = \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} L_\lambda(x, \vec{\omega}_r) \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.29)$$

pour $A = X, Y, Z$ et $\bar{a}(\lambda) = \bar{x}(\lambda), \bar{y}(\lambda), \bar{z}(\lambda)$ définies par l'espace colorimétrique CIE XYZ.

En réécrivant les deux équations précédentes nous pouvons faire apparaître les termes du modèle de Schlick décrivant le comportement du matériau M :

$$A = \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} \left[\int_{\Omega_i} f_{r\lambda}(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r) L_\lambda(x, \vec{\omega}_i) \cos \theta_i d\omega_i \right] \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.30)$$

$$= \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} \left[\int_{\Omega_i} S(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r, \lambda) D(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r) L_\lambda(x, \vec{\omega}_i) \cos \theta_i d\omega_i \right] \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.31)$$

Nous pouvons faire apparaître quelques termes afin de rendre cette formulation plus lisible :

$$A = \int_{\Omega_i} D(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r) A_i \cos \theta_i d\omega_i \quad (4.32)$$

$$A_i = \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} S(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r, \lambda) L_\lambda(x, \vec{\omega}_i) \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.33)$$

En éliminant les termes géométriques indépendants de la longueur d'onde, nous pouvons enfin nous concentrer sur l'obtention du tristimulus d'une interaction :

$$A_i = \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} L(\lambda) S(\lambda) \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.34)$$

$$= \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} L(\lambda) [(C(\lambda) + (1 - C(\lambda)) f_u] \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.35)$$

$$= \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} L(\lambda) C(\lambda) \bar{a}(\lambda) d\lambda + f_u \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} L(\lambda) (1 - C(\lambda)) \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.36)$$

Il ne reste plus qu'à définir un produit LC sur la représentation adaptative. Soient B un ensemble de fonctions de la base ϕ partitionnant le domaine visible, \bar{L}_i^j et \bar{C}_i^j les projections de L et C sur une fonction ϕ_i^j et $\epsilon_{L\bar{a}_i^j}$, $\epsilon_{C\bar{a}_i^j}$ les erreurs de projection associées. Soit I_i^j l'intervalle de longueurs d'ondes défini par la fonction ϕ_i^j :

$$A_i = \sum_{(i,j) \in B} \int_{I_i^j} L(\lambda) C(\lambda) \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.37)$$

$$= \sum_{(i,j) \in B} \int_{I_i^j} (\bar{L}_i^j + (L(\lambda) - \bar{L}_i^j)) (\bar{C}_i^j + (C(\lambda) - \bar{C}_i^j)) \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.38)$$

En notant $\epsilon_{f\bar{a}_i^j} = \int_{I_i^j} (f(\lambda) - \bar{f}_i^j) \bar{a}(\lambda) d\lambda$, nous arrivons, après quelques remaniements, à l'expression suivante :

$$A_i = \sum_{(i,j) \in B} \left[\int_{I_i^j} \bar{L}_i^j \bar{C}_i^j \bar{a}(\lambda) d\lambda + \bar{L}_i^j \epsilon_{C\bar{a}_i^j} + \bar{C}_i^j \epsilon_{L\bar{a}_i^j} \right] \quad (4.39)$$

$$+ \int_{I_i^j} (L(\lambda) - \bar{L}_i^j) (C(\lambda) - \bar{C}_i^j) \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.40)$$

Malgré de nombreuses tentatives, nous n'avons pu trouver d'estimation satisfaisante du dernier terme de cette expression. L'utilisation d'une semi-norme comme suggéré par C. Borges [Bor91] et G. Rougeron [Rou98] produit des bornes très larges et induit un nombre de calculs supplémentaires considérable. Ce terme est actuellement négligé. Nous pouvons alors déterminer la représentation du produit de deux spectres en ne nous basant que sur les seules représentations de ses opérandes :

$$\bar{L}C_i^j = \bar{L}_i^j \bar{C}_i^j \quad (4.41)$$

$$\epsilon_{LC\bar{a}_i^j} = \bar{L}_i^j \epsilon_{C\bar{a}_i^j} + \bar{C}_i^j \epsilon_{L\bar{a}_i^j} \quad (4.42)$$

La section 4.8 montrera que, malgré cette approximation, l'estimation de l'erreur est suffisante.

4.4.2 Somme

Soient L_1 et L_2 deux spectres à sommer, \bar{L}_{1i}^j et \bar{L}_{2i}^j leurs projections sur une fonction ϕ_i^j et $\epsilon_{L_1\bar{a}_i^j}$, $\epsilon_{L_2\bar{a}_i^j}$ les erreurs associées. Nous pouvons écrire :

$$A_i = \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} (L_1(\lambda) + L_2(\lambda)) \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.43)$$

$$= \sum_{(i,j) \in B} \left[\int_{I_i^j} L_1(\lambda) \bar{a}(\lambda) d\lambda + \int_{I_i^j} L_2(\lambda) \bar{a}(\lambda) d\lambda \right] \quad (4.44)$$

$$= \sum_{(i,j) \in B} \left[\bar{L}_{1i}^j \int_{I_i^j} \bar{a}(\lambda) d\lambda + \epsilon_{L_1\bar{a}_i^j} + \bar{L}_{2i}^j \int_{I_i^j} \bar{a}(\lambda) d\lambda + \epsilon_{L_2\bar{a}_i^j} \right] \quad (4.45)$$

La somme L de deux représentations L_1 et L_2 est donc définie par :

$$\bar{L}_i^j = \bar{L}_{1i}^j + \bar{L}_{2i}^j \quad (4.46)$$

$$\epsilon_{L\bar{a}_i^j} = \epsilon_{L_1\bar{a}_i^j} + \epsilon_{L_2\bar{a}_i^j} \quad (4.47)$$

4.4.3 Produit par une constante

Le produit par une constante s'écrit encore plus simplement que la somme de deux spectres. Soit L , une distribution d'énergie et α , une constante :

$$A_i = \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} \alpha L(\lambda) \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.48)$$

$$= \alpha \left[\sum_{(i,j) \in B} \bar{L}_i^j \int_{I_i^j} \bar{a}(\lambda) d\lambda + \epsilon_{L\bar{a}_i^j} \right] \quad (4.49)$$

D'où la représentation :

$$\bar{\alpha} \bar{L}_i^j = \alpha \bar{L}_i^j \quad (4.50)$$

$$\epsilon_{\alpha \bar{L}_i^j} = \alpha \epsilon_{L \bar{a}_i^j} \quad (4.51)$$

4.4.4 Intégration colorimétrique

Obtention du tristumulus d'une représentation adaptative

La dernière opération à définir est l'intégration colorimétrique d'une distribution d'énergie L . Il suffit de remarquer que les projections \bar{L}_i^j sont constantes sur chaque intervalle et que l'erreur de représentation des fonctions colorimétriques est nulle :

$$A_i = \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} L(\lambda) \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (4.52)$$

$$= \sum_{(i,j) \in B} \bar{L}_i^j \int_{I_i^j} \bar{a}(\lambda) d\lambda + \epsilon_{L \bar{a}_i^j} \quad (4.53)$$

D'où la représentation sur un intervalle :

$$\bar{L}_{A_i}^j = \bar{L}_i^j \bar{A}_i^j \quad (4.54)$$

$$\epsilon_{L_{A_i}^j} = \epsilon_{L \bar{a}_i^j} \quad (4.55)$$

Il faut encore sommer le résultat de chaque intervalle pour obtenir le tristimulus et l'erreur associée sur la totalité du domaine visible :

$$X = \sum_{(i,j) \in B} \bar{L}_{X_i}^j \quad (4.56)$$

$$\epsilon_{\bar{x}} = \sum_{(i,j) \in B} \epsilon_{L_{X_i}^j} \quad (4.57)$$

$$Y = \sum_{(i,j) \in B} \bar{L}_{Y_i}^j \quad (4.58)$$

$$\epsilon_{\bar{y}} = \sum_{(i,j) \in B} \epsilon_{L_{Y_i}^j} \quad (4.59)$$

$$Z = \sum_{(i,j) \in B} \bar{L}_{Z_i}^j \quad (4.60)$$

$$\epsilon_{\bar{z}} = \sum_{(i,j) \in B} \epsilon_{L_{Z_i}^j} \quad (4.61)$$

$$\epsilon = \sqrt{(\epsilon_{\bar{x}})^2 + (\epsilon_{\bar{y}})^2 + (\epsilon_{\bar{z}})^2} \quad (4.62)$$

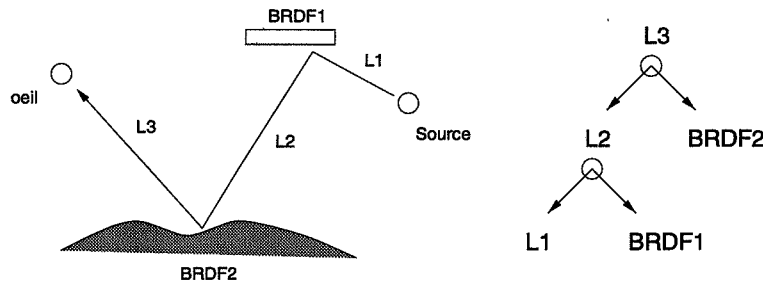


FIG. 4.13 – Exemple typique d'un chemin lumineux

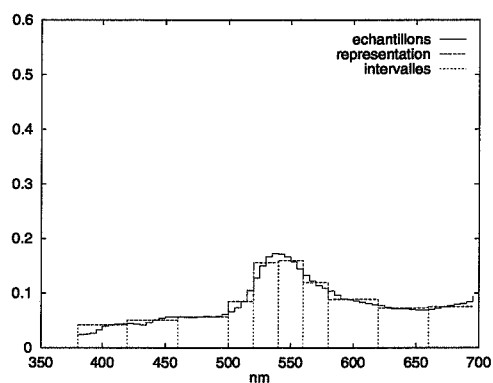
4.5 Expressions de rendu

La simulation physiquement plausible des interactions lumière-matière exige de prendre en compte plusieurs réflexions de la lumière. Il faut donc étendre les définitions précédentes afin de traiter efficacement des opérations à opérandes multiples. Illustrons cela par le schéma de la figure 4.13.

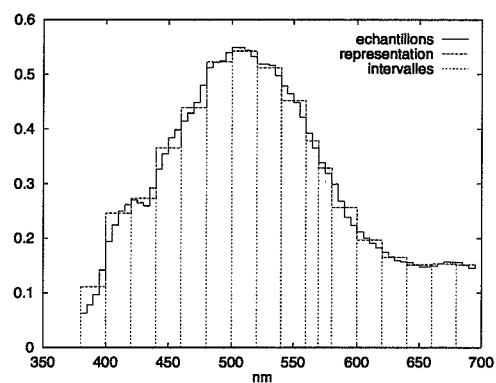
La partie droite de la figure 4.13 décrit l'expression de l'énergie incidente à l'œil selon le chemin représenté sur la gauche. Il est tout à fait possible d'utiliser les opérations telles qu'elles ont été définies ci-dessus et d'effectuer les deux calculs : $L_2 = L_1 \times BRDF_1$ puis $L_3 = L_2 \times BRDF_2$. Cette solution nécessite de représenter explicitement le résultat intermédiaire L_2 . Un défaut plus important apparaît lorsque l'on remarque que l'énergie est filtrée à chaque réflexion et que la représentation du résultat intermédiaire a de grandes chances d'être trop précise. Imaginons une source de lumière blanche qui se réfléchit sur deux matériaux : le premier rouge et le second bleu. Les réflectances de ces matériaux absorbent chacune une large bande du domaine visible. La lumière réfléchie au final sera relativement neutre, sa représentation correcte nécessitera peu d'intervalles, alors que les représentations intermédiaires seront plus complexes et donc plus longues à calculer. Nous avons donc intérêt à baser le découpage sur la totalité de l'expression, au lieu d'effectuer explicitement tous les calculs intermédiaires. Les figures 4.14 et 4.15 donnent un exemple flagrant d'un tel comportement.

Il faut donc déterminer un moyen de prendre en compte la totalité des interactions le long du chemin lumineux. L'expression symbolique représentée schématiquement sur la partie droite de la figure 4.13 est un tel moyen. Les opérations définies précédemment n'utilisent que la représentation de leurs opérandes pour déterminer celle de leur résultat. Il est donc tout à fait possible de calculer récursivement la représentation de l'ensemble de l'expression. Nous pouvons étendre l'algorithme d'évaluation d'une opération à une expression :

- . calculer la projection sur la première fonction des feuilles de l'expression
- . cumuler les erreurs de chaque opérande de l'expression
- . initialiser l'erreur de la représentation de l'ensemble de



Première réflexion seule, 10 intervalles



Deuxième réflexion seule, 17 intervalles

FIG. 4.14 – Représentations des résultats intermédiaires

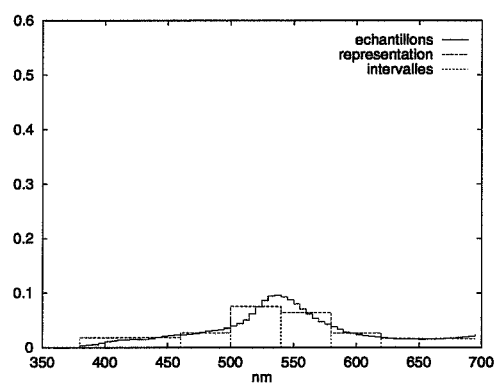


FIG. 4.15 – Les deux réflexions enchainées, 6 intervalles suffisent

l'expression

- . tant que l'erreur de la représentation est supérieure au seuil :
 - . remplacer la fonction dont la projection introduit l'erreur la plus importante par ses deux filles :
 - . éliminer cette fonction de la représentation
 - . calculer la projection sur les deux filles des feuilles de l'expression
 - . cumuler l'erreur de la représentation de l'ensemble de l'expression
 - . mettre à jour l'erreur de la représentation

La seule différence notable concerne l'évaluation. Une expression est une formulation récursive. Elle est naturellement décrite par un arbre dont les noeuds sont les opérateurs et les feuilles les opérandes. Les sources de lumière et les descriptions de matériaux constituent donc toujours les feuilles de l'arbre. Un parcours récursif permet de calculer leur représentation et de déterminer celle des noeuds internes en remontant vers la racine. L'intervalle nécessaire à l'évaluation est choisi progressivement : d'abord ϕ_0^0 lors de l'initialisation, puis celui introduisant l'erreur la plus importante lors de chaque itération.

Dans la suite de ce document, ces expressions seront appelées expressions de rendu. Elle permettront de représenter d'une manière unifiée la distribution d'énergie atteignant l'œil, ou plus précisément, l'énergie incidente à chaque point de l'image en cours de calcul. La notion d'opérateur est particulièrement importante ; nous verrons dans le chapitre suivant que ceux-ci constituent un moyen de représentation puissant. En effet, rien n'interdit de généraliser leur définition : un opérateur est le symbole d'un résultat non encore calculé. C'est l'évaluation de cet opérateur qui permettra de déterminer son résultat, c'est à dire sa projection sur une fonction ϕ_i^j choisie ainsi que l'erreur associée. Ce simple constat permettra de prendre en compte des chemins lumineux particuliers d'une manière relativement élégante tout en conservant la possibilité d'un calcul progressif guidé par une erreur.

4.6 Choix d'un seuil

L'un des objectifs de la représentation adaptative est de déterminer un résultat, une couleur, en effectuant le moins de calculs possibles. L'écart colorimétrique estimé lors de l'évaluation des expressions de rendu autorise cette économie de moyens. Nous voulons déterminer les seuils guidant ces calculs de manière à produire un résultat indifférentiable de la représentation exacte. Les espaces colorimétriques tels que CIE XYZ ou CIE RGB présentent des défauts importants dans leur prédiction des écarts perçus. La génération suivante, les espaces CIE LUV et CIE LAB, sont une nette amélioration : les écarts mesurés dans l'espace colorimétrique sont plus proches des écarts observés par

un humain.

Rappelons que l'erreur estimée lors de la construction de la représentation est exprimée dans l'espace CIEXYZ. Il faut déterminer un seuil CIEXYZ assurant que cet écart n'est pas perceptible, c'est à dire correspond à un écart faible dans l'espace CIELAB. Le passage entre ces deux espaces est une transformation non-linéaire relativement coûteuse à calculer. De plus, nous ne connaissons que la couleur approchée, la couleur exacte n'est évidemment pas disponible. Nous ne pouvons donc pas transformer ces deux couleurs dans l'espace CIELAB afin d'en mesurer l'écart. La solution proposée consiste à déterminer en chaque point de l'espace CIEXYZ un seuil correspondant à un écart perceptuel exprimé dans l'espace CIELAB.

Il existe de nombreuses alternatives mathématiques à cette approximation. Nous avons opté pour une méthode numérique simple à mettre en œuvre, mais relativement lourde en calculs. Néanmoins, ces calculs ne sont effectués qu'une seule fois, lorsque l'on choisit un seuil perceptuel pour construire les représentations.

L'idée est de diviser le cube unitaire de l'espace CIEXYZ en cellules régulières et de calculer un seuil dans chacune d'elles. L'approximation est construite en deux étapes. La première échantillonne l'espace CIEXYZ et mémorise les coordonnées des échantillons dans l'espace CIELAB. Le seuil perceptuel choisi définit une sphère autour de chaque échantillon dans l'espace CIELAB. La deuxième étape utilise les premiers échantillons pour déterminer l'ensemble de points de l'espace CIEXYZ se transformant dans chaque sphère. Un ellipsoïde, dans l'espace CIEXYZ, est ensuite utilisé pour représenter de manière compacte chaque ensemble de points.

L'utilisation de ces seuils pour guider la construction des représentations est particulièrement efficace. L'évaluation des expressions de rendu détermine une couleur ainsi qu'un écart colorimétrique à chaque itération. Il suffit de retrouver la cellule de la subdivision régulière de l'espace CIEXYZ à laquelle appartient la couleur et de vérifier que le vecteur associé à l'écart colorimétrique est à l'intérieur de l'ellipsoïde déterminé pour cette cellule.

Le choix arbitraire de CIELAB comme espace perceptuel est critiquable sur plusieurs points. Tout d'abord, nous utilisons cet espace dans des conditions violant ses hypothèses de construction. CIELAB a, en effet, été mis au point pour prédire les écarts entre des zones uniformes couvrant la plus grande partie du champ visuel. Son application à la prédiction d'écarts de couleurs ponctuelles n'est pas réellement justifiable. Il n'existe pas, à l'heure actuelle, d'espace colorimétrique permettant de prédire précisément de tels écarts. Une solution attrayante est fournie par les études physiologiques et psychologiques de la vision. Les premiers stades de la vision sont en partie modélisés et permettent d'aboutir à des résultats hors d'atteinte de l'espace CIELAB, par exemple (voir la section 2.6). L'utilisation d'un modèle de vision pour guider la construction des représentations adaptatives pose un certain nombre de questions, mais reste néanmoins prometteuse [FP99] [RPG99].

Le rendu d'une image nécessite de fixer un seuil pour la construction des repré-

sentations adaptatives. Les métriques de l'espace CIELAB sont définies de telle sorte qu'une distance égale à 1 corresponde à 75% de chances de détection pour un observateur standard. Nous n'utilisons pas cet espace dans les conditions pour lesquelles il a été créé, aussi quelques tests nous ont permis de déterminer que dans les conditions d'observation d'une image affichée sur un poste de travail, le seuil de perception des écarts colorimétriques se situait aux alentours de 3 ou 4. Le chapitre suivant fournira un exemple des artéfacts introduits par l'utilisation d'un seuil inadapté.

4.7 Rendu adaptatif vs classique

Le rendu spectral d'une image nécessite classiquement d'échantillonner la totalité du domaine visible de manière très fine. Cela conduit à une masse de calculs impressionnante : l'équivalent de 60 ou 80 images monochromatiques est nécessaire afin de reconstituer l'image finale sur le domaine visible complet. L'espoir de la représentation adaptative est d'arriver à un résultat visuellement équivalent en ne prenant que le nombre nécessaire d'échantillons. En effet, le coût le plus important dans les techniques développées dans les chapitres suivants est l'intersection d'un rayon avec la géométrie des objets de la scène. La géométrie des réflexions est identique pour toutes les longueurs d'onde dans le cadre des phénomènes que nous nous proposons de simuler ; il est donc possible d'éliminer un nombre important de calculs géométriques en tenant compte de cette cohérence. Le cas des réfractions et des objets transparents, par contre, nécessite de simuler la propagation de chaque longueur d'onde échantillonnée. Le gain réside, dans ce cas, dans le faible nombre d'intervalles nécessaire pour représenter correctement les distributions d'énergies atteignant l'œil. Il faut néanmoins concevoir des algorithmes progressifs permettant d'utiliser pleinement la construction adaptative des représentations.

La section suivante présente quelques résultats prometteurs sur l'efficacité de la représentation adaptative. Le nombre d'intervalles utilisé varie généralement entre 6 et 12, résultat à comparer avec les 64 échantillons utilisés par un rendu classique.

4.8 Résultats

L'estimation de l'écart colorimétrique lors du calcul des produits constitue le plus gros défaut de la représentation adaptative. Afin de vérifier que cette approximation est utilisable, c'est à dire que l'erreur estimée n'est pas trop loin de l'erreur réelle, nous allons effectuer une série de tests pour deux illuminants CIE classiques : D6500 et F7. L'illuminant D6500 correspond à la lumière du jour alors que l'illuminant F7 est représentatif d'un éclairage artificiel fluorescent.

La partie gauche de la figure 4.16 présente le test utilisé, le matériau de chaque carreau correspond à l'une des réflectances de l'échiquier MacBeth [MMD76]. Les figures 4.17 à 4.20 présentent les erreurs réelles ainsi que le nombre d'intervalles utilisés pour

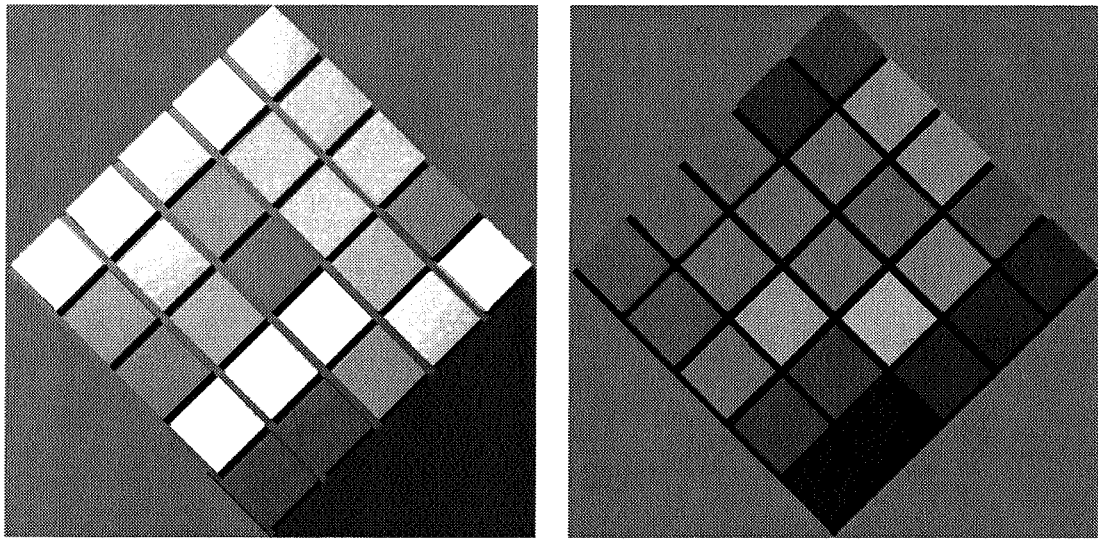


FIG. 4.16 – Source D6500, seuil 1, image de test à gauche. A droite, le blanc correspond à 12 intervalles, le noir à 2.

représenter chacune des réflectances selon un seuil fixé à 1 ou 3 CIELAB pour les deux illuminants.

L'observation de ces résultats indique que le seuil perceptuel fonctionne correctement : les écarts, exprimés dans l'espace CIELAB, lui sont inférieurs. Le nombre d'intervalles varie évidemment selon la source et le seuil choisis, ce qui prouve encore une fois l'adaptativité de la représentation. Ainsi, 6 intervalles sont en général utilisés lorsque le seuil est fixé à 3, alors que 7 ou 8 sont nécessaires lorsque le seuil est à 1. La comparaison avec 64 échantillons uniformes est particulièrement favorable. Il ne faut cependant pas oublier que pour une représentation comportant 8 intervalles, toutes les décompositions ont été envisagées. Il a fallu calculer 15 projections pour l'obtenir. La partie droite de la figure 4.16 indique le nombre d'intervalles utilisés pour le rendu dont

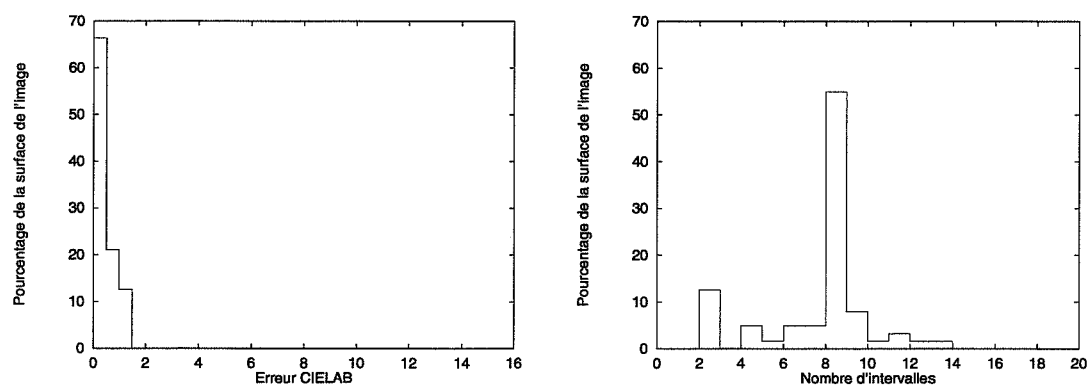


FIG. 4.17 – Source D6500, seuil 1

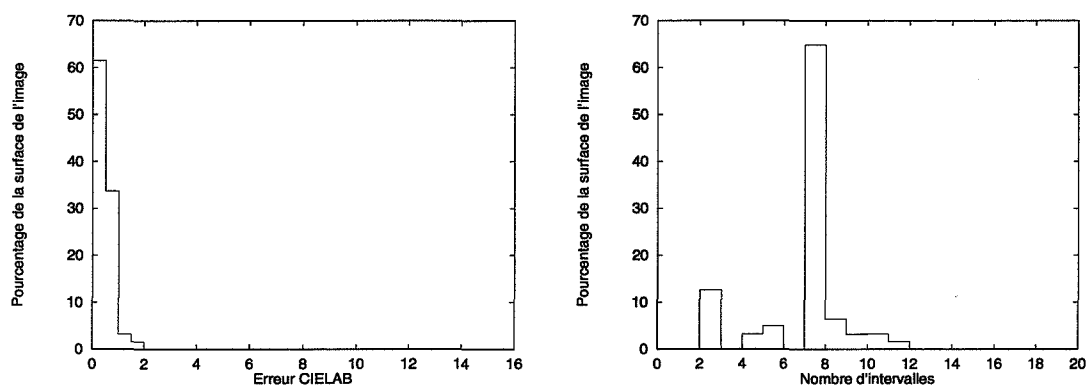


FIG. 4.18 – Source F7, seuil 1

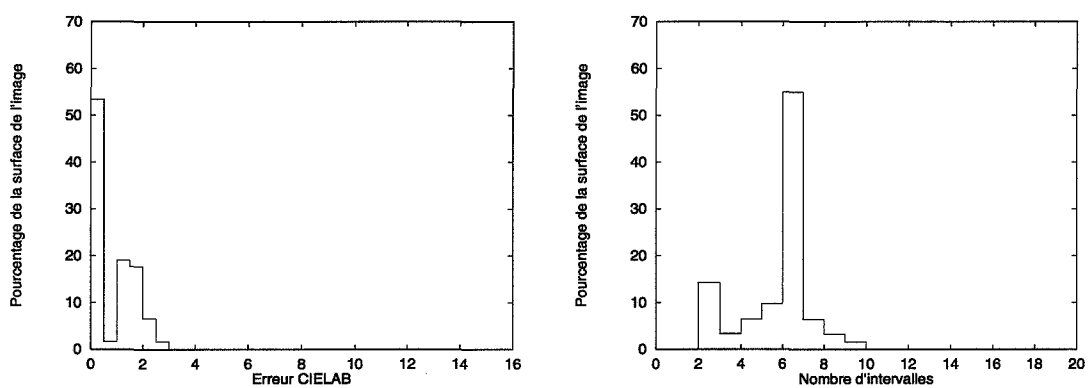


FIG. 4.19 – Source D6500, seuil 3

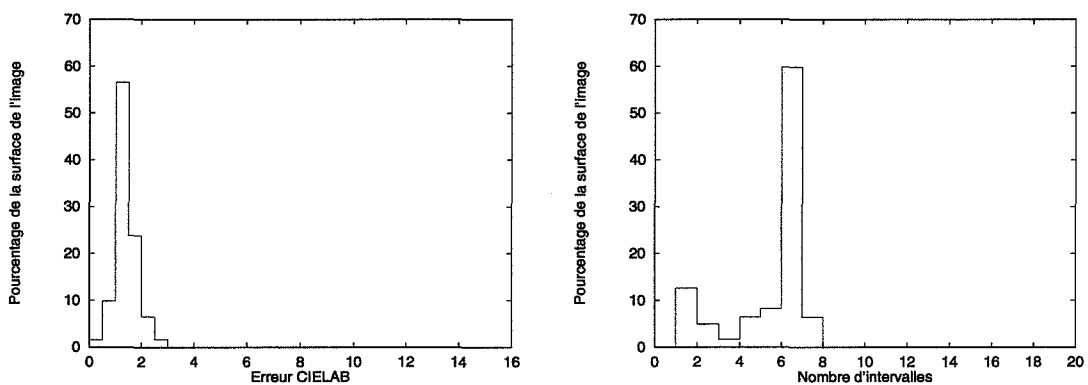


FIG. 4.20 – Source F7, seuil 3

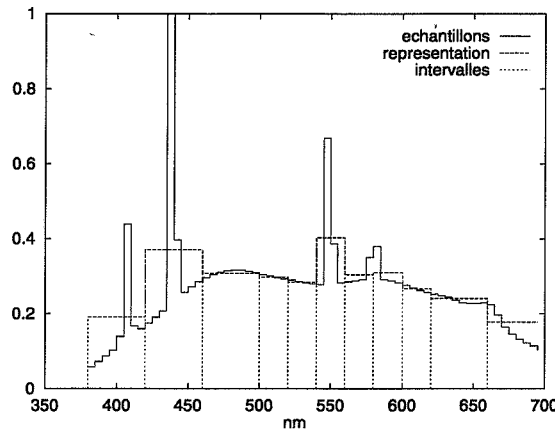


FIG. 4.21 – Représentation de l'illuminant F7

les statistiques sont présentées sur la figure 4.17.

L'observation du découpage de l'illuminant F7 (cf. figure 4.21) indique clairement que la sensibilité de l'œil, à travers les fonctions colorimétriques CIEXYZ, est bien prise en compte. Les pics aux extrêmes du domaine visible sont particulièrement atténués alors que ceux présents au milieu du spectre sont plus finement divisés. L'erreur CIELAB est de 1.3 pour 11 intervalles.

4.9 Quelques idées ...

La qualité de l'estimation de l'erreur lors du produit de deux spectres se dégrade rapidement avec le nombre de termes. Au delà de 6 à 8 termes, l'erreur due à l'estimation est aussi importante que l'erreur estimée elle-même. Il est possible d'estimer ces erreurs en construisant, comme M. Peercy [Pee93], un ensemble de distributions d'énergie qui seront manipulées lors du rendu d'une image. Cependant, la réalisation pratique de cette idée n'est pas évidente. Les expressions représentent plusieurs chemins lumineux incidents à un point, chacun nécessite une estimation d'erreur particulière. L'isolement de chaque chemin puis la recherche de l'erreur associée nécessiterait de parcourir une structure de données d'autant plus importante qu'il y aurait de matériaux dans la scène.

En fait, l'intégration colorimétrique du terme négligé lors du calcul de l'erreur d'un produit rend sa majoration ou son estimation délicate. L'expression complète de l'équation 4.40 est rappelée ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 A = \sum_{(i,j) \in B} & \left[\int_{I_i^j} \bar{L}_i^j \bar{C}_i^j \bar{a}(\lambda) d\lambda + \bar{L}_i^j \epsilon_{C\bar{a}_i^j} + \bar{C}_i^j \epsilon_{L\bar{a}_i^j} \right. \\
 & \left. + \int_{I_i^j} (L(\lambda) - \bar{L}_i^j)(C(\lambda) - \bar{C}_i^j) \bar{a}(\lambda) d\lambda \right]
 \end{aligned}$$

Finalement, l'atout majeur de la représentation adaptative, prendre en compte la sensibilité de l'œil, est également un gros inconvénient. Ainsi, la propagation dans un milieu transparent, d'absorption dépendante de la longueur d'onde, nécessite de définir l'exponentielle d'une représentation. La projection de l'erreur énergétique sur les fonctions colorimétriques rend particulièrement pénible la formulation de l'erreur commise dans ce cas.

Bien que l'estimation du terme négligé puisse fournir une solution applicable lors du rendu d'une image, la définition de nouvelles opérations comme l'inverse ou l'exponentielle n'est pas évidente. Une solution sans doute envisageable consisterait à utiliser quelques idées fondatrices de l'arithmétique affine [dFS97]. Il est, en effet, possible de remplacer la valeur moyenne utilisée jusqu'à présent par les quantiles de la fonction sur un intervalle. Ainsi, la valeur moyenne serait remplacée par deux longueurs d'ondes indiquant, par exemple, la répartition de l'énergie à 10% et 90%. Ces deux bornes définissent trois sous-intervalles sur lesquels la distribution d'énergie peut être encadrée. Les écarts colorimétriques pourraient être remplacés par des bornes énergétiques. Bien que cela semble être un pas en arrière, l'obtention de l'écart colorimétrique reste immédiate. La connaissance de la répartition de l'énergie sur chaque intervalle permettrait alors de déterminer de meilleurs encadrements lors du calcul des opérations et également de faciliter la définition de nouvelles opérations.

Chapitre 5

Rendu local

Entrons maintenant dans le vif du sujet. Ce chapitre précise comment calculer une image en utilisant la représentation adaptative introduite dans le chapitre précédent. Une première version pédagogique de la méthode est présentée puis sera étendue afin de pouvoir traiter des cas plus complexes.

Les deux méthodes présentées dans ce chapitre simulent des chemins lumineux ne comportant qu'une seule réflexion diffuse. Le chapitre suivant étendra les notions présentées ici afin de prendre en compte une gamme plus large de chemins lumineux et de simuler davantage de phénomènes.

Toutes les ondes du domaine visible se réfléchissent indépendamment de leur longueur d'onde, dans le cadre des phénomènes que nous proposons de simuler. La première partie de ce chapitre présente une méthode permettant de calculer des images ne comportant que des réflexions sur des objets opaques. La seconde partie détaillera une méthode permettant de simuler la propagation de chaque onde du domaine visible, notamment dans les objets transparents.

5.1 Rendu d'objets opaques

Nous allons coupler la méthode originale du lancer de rayons due à Whitted [Whi80] en 1980 avec les expressions de rendu et la représentation adaptative développées au chapitre 4.

Des rayons primaires issus de l'œil sont propagés à travers chaque pixel du plan image (cf. chapitre ref 3). L'intersection avec l'objet le plus proche de l'œil, le long de chaque rayon, est déterminée. La visibilité de chaque source de lumière est alors testée par rapport à ce point d'intersection en lançant de nouveaux rayons : les rayons d'ombre. Si une source est visible, elle contribue à l'éclairement du point. Une fois que la visibilité des sources de lumière est déterminée, la nature du matériau est prise en compte : si l'objet est réfléchissant, un rayon secondaire est lancé dans la direction miroir.

L'intersection de ce rayon secondaire avec la scène fournit éventuellement un nouveau point qui donne lieu à de nouveaux calculs d'éclairement et, selon le type du matériau, à de nouveaux rayons réfléchis. Les objets transparents sont traités de manière similaire : un rayon réfléchi ainsi qu'un rayon réfracté sont propagés dans la scène. La figure 5.1 illustre la géométrie des réflexions et des réfractions. L'expression associée au chemin lumineux propagé est illustrée dans les deux cas.

La nature récursive de cette méthode permet de construire assez facilement la représentation symbolique de l'expression en utilisant les opérateurs définis dans le chapitre précédent. Chaque point de l'image est considéré individuellement et provoque la construction et l'évaluation de son expression de rendu.

5.1.1 Construction des expressions

Nous allons décrire le cas le plus simple, c'est à dire celui des objets opaques et des miroirs. Les objets transparents seront traités dans la deuxième partie de ce chapitre.

Pour chaque point de l'image à calculer, nous propageons un rayon dans la scène. Une fois que son intersection avec l'objet le plus proche de la caméra est calculée, il faut connaître la lumière incidente en ce point afin de déterminer celle qui est réfléchie vers le point image. Le chapitre 2 nous indique comment manipuler la luminance, grandeur que nous cherchons à calculer. Les positions de l'œil, du point d'intersection, de la normale à la surface et de la source de lumière (cf. figure 5.2) nous permettent de déterminer les constantes géométriques nécessaires à l'utilisation du modèle de Schlick décrivant le comportement du matériau :

$$f(x, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r, \lambda) = S(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r, \lambda) D(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r)$$

avec

$$S(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r, \lambda) = C(\lambda) + (1 - C(\lambda))(1 - u)^5$$

La représentation des coefficients $C(\lambda)$ et les constantes géométriques nous permettent de déterminer la représentation du terme spectral S (cf. section 4.3.4) :

$$\begin{aligned} \bar{S}_i^j &= (1 - f_u) \bar{C}_i^j + f_u \\ \epsilon_{S\bar{a}_i^j} &= (1 - f_u) \epsilon_{C\bar{a}_i^j} \end{aligned}$$

Il suffit maintenant de créer un opérateur avec ces paramètres et de l'insérer dans l'expression en cours de construction. Le produit source-matériau exprimant la luminance réfléchie par un matériau peut se réécrire sous une forme directement utilisable par un opérateur (cf. chapitre 4) :

$$A_i = \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} L_i [C(\lambda) + (1 - C(\lambda))f_u] \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (5.1)$$

$$= \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} L_i [C(\lambda)(1 - f_u) + f_u] \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (5.2)$$

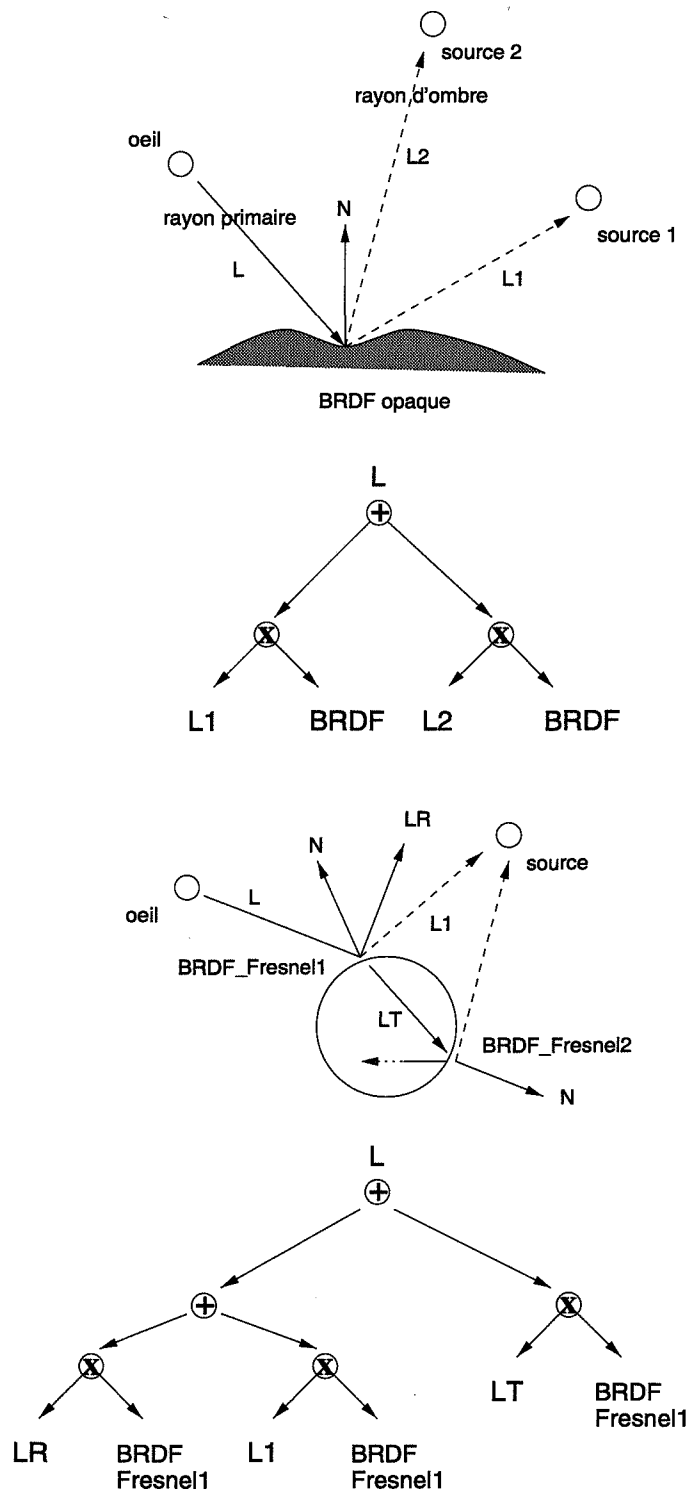


FIG. 5.1 – Lancer de rayons de Whitted

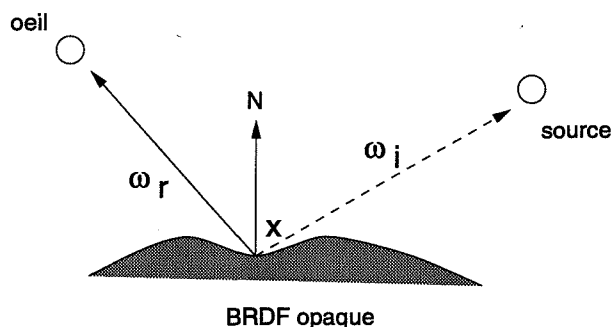


FIG. 5.2 – Géométrie d'une réflexion

L'opérateur représentant le comportement du matériau dépendant de la géométrie de la réflexion et de la longueur d'onde doit calculer la représentation du terme : $S_u(\lambda) = C(\lambda)(1 - f_u) + f_u$.

Il ne reste plus qu'à évaluer progressivement l'expression obtenue (cf. sections 4.3.5 et 4.5) en tenant compte de tous les rayons secondaires afin de déterminer une représentation de la luminance incidente au point image, puis sa couleur associée.

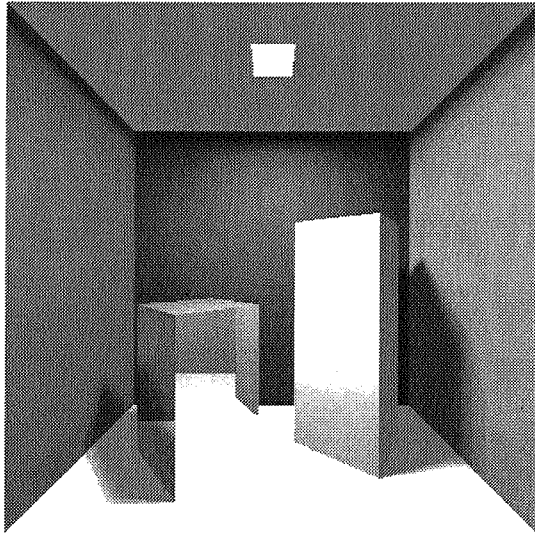
5.1.2 Résultats

Le rendu d'une image nécessite de fixer un seuil pour la construction des représentations adaptatives. Les métriques de l'espace CIELAB sont définies de telle sorte qu'une distance égale à 1 corresponde à 75% de chances de détection pour un observateur standard. Nous n'utilisons pas cet espace dans les conditions pour lesquelles il a été créé, aussi quelques tests nous ont permis de déterminer que dans les conditions d'observation d'une image affichée sur un poste de travail, le seuil de perception des écarts colorimétriques se situait aux alentours de 3 ou 4. Les images de la figure 5.3 mettent en évidence le type d'artéfacts introduits par un seuil trop important. Un découpage grossier de la distribution d'énergie incidente à un point image abouti à des couleurs trop rouges ou trop bleues/violettes. C'est la trop faible approximation de la répartition de l'énergie qui produit ces couleurs particulières.

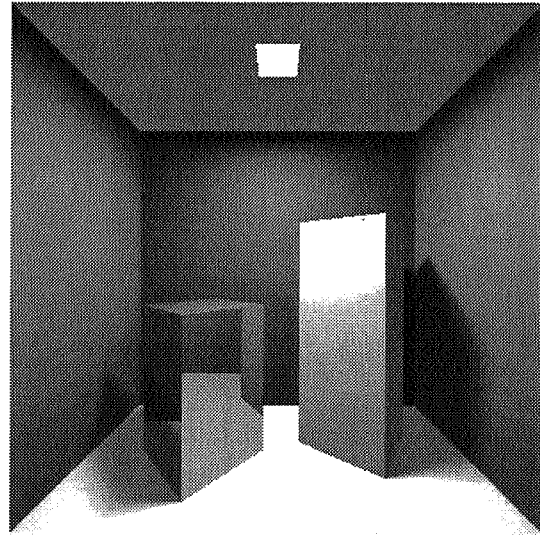
Les matériaux des objets de la scène de test, une classique *Cornell Box*, sont construits avec quelques réflectances tirées de [MMD76]. La source de lumière est l'illuminant D6500. La figure 5.4 indique les distributions d'erreurs réelles et du nombre d'intervalles utilisés pour représenter les luminances manipulées lorsque le seuil est fixé à 3 CIELAB.

L'algorithme se comporte relativement bien, le temps de calcul est équivalent au rendu avec 64 longueurs d'ondes. La moitié de l'image est calculée avec 3-4 intervalles et 12% de l'image dépasse légèrement le seuil fixé. Ce dépassement du seuil est principalement dû à l'estimation de l'erreur lors du calcul des produits source-réflectance.

La méthode continue à bien se comporter lorsqu'on descend le seuil à 1 CIELAB.

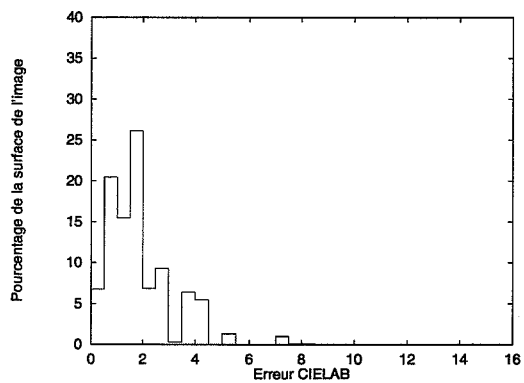


Cornell box, seuil CIELAB 3

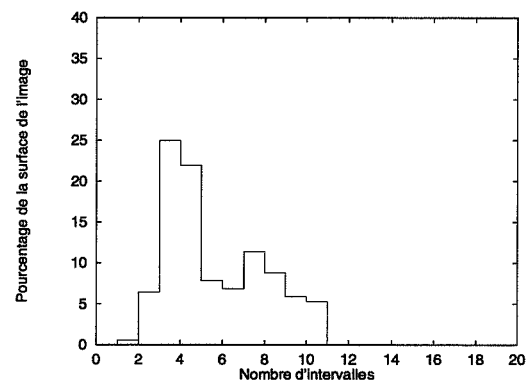


Cornell box, seuil trop important

FIG. 5.3 – Influence du seuil de rendu



Distribution d'erreurs réelles



Distribution du nombre d'intervalles

FIG. 5.4 – Statistiques du rendu, seuil 3

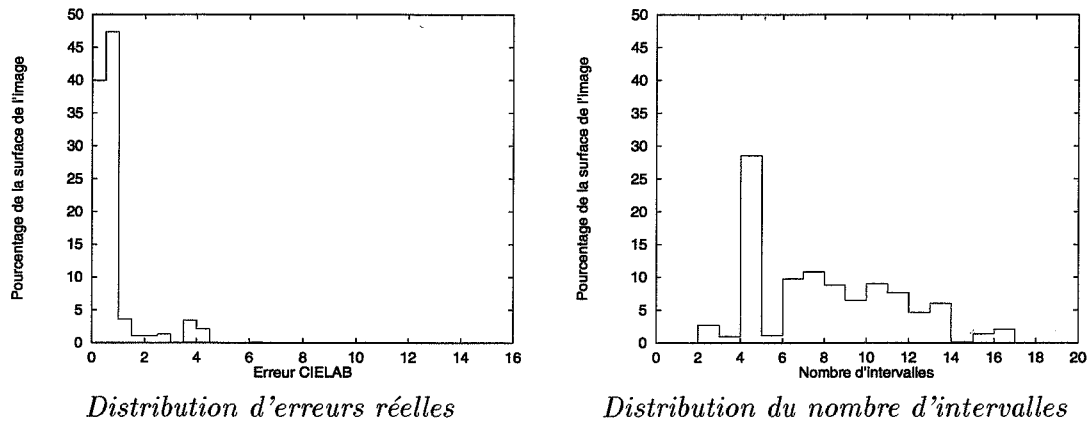


FIG. 5.5 – Statistiques du rendu, seuil 1

La figure 5.5 donne les statistiques dans ce cas. Les principaux constats sont que le nombre d'intervalles n'explose pas et que environ 10% de l'image dépasse le seuil fixé.

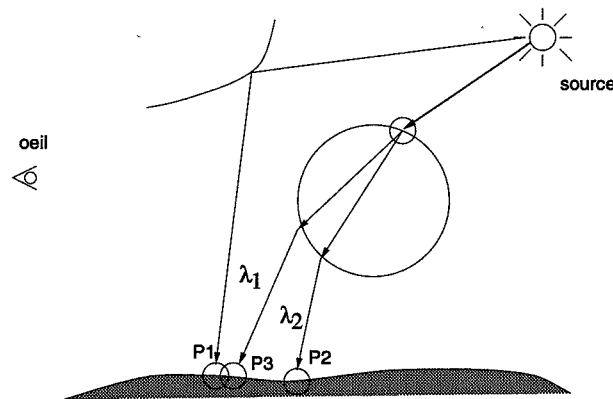
5.2 Rendu d'objets transparents

Nous allons maintenant décrire l'extension de la méthode précédente au cas des objets transparents. La principale différence concerne la prise en compte de la propagation des différentes ondes du domaine visible. Nous allons aussi en profiter pour introduire la simulation de chemins lumineux issus des sources de lumière en plus de ceux issus de l'œil. La simulation des chemins issus des sources de lumière permet de rendre des effets particulièrement courants, mais qui ont longtemps résisté à la communauté de synthèse d'image : les caustiques (cf. Chapitre 3). Puisque notre méthode se propose d'effectuer cette simulation, nous devrions pouvoir rendre des images comportant un prisme décomposant la lumière blanche. Rendez-vous à la section résultats.

Ces travaux ont été présentés à EuroGraphics'2000 [IP00].

5.2.1 Principe

La méthode de rendu proposée comporte deux phases. La première va déposer de l'énergie sur les objets diffus de la scène en simulant des chemins lumineux issus des sources. Dans ce chapitre, nous nous intéresserons uniquement aux chemins intersectant des objets réfléchissants ou transparents et se terminant sur des objets diffus. La deuxième phase construira et évaluera les expressions de rendu pour chaque point image. La principale différence avec la méthode décrite au début du chapitre concerne la création d'un nouveau type d'opérateur permettant de propager des chemins lumineux pour un intervalle de longueurs d'ondes choisi lors de l'évaluation des expressions. Cet opérateur sera inséré dans les expressions de rendu chaque fois qu'il sera nécessaire de

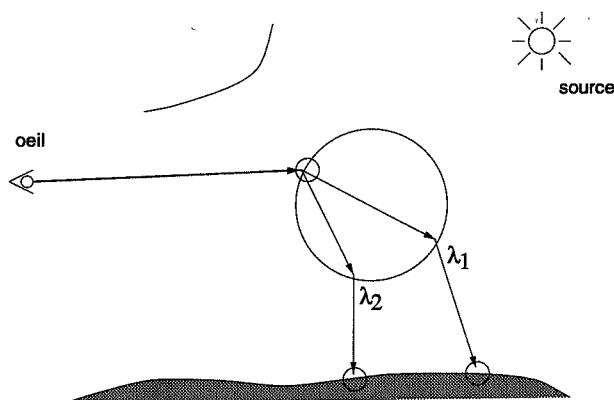
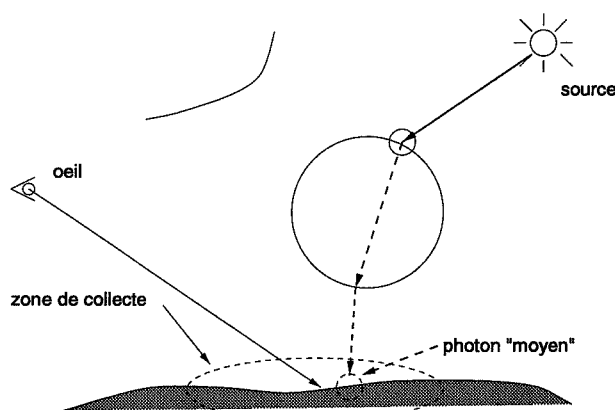
FIG. 5.6 – *Propagation dispersive*

simuler une propagation dépendante de la longueur d'onde.

L'énergie est propagée dans la scène sous forme de particules, ou de photons. Les sources de lumière émettent un certain nombre de particules d'égale énergie. Chaque interaction d'une particule avec un objet modifie sa distribution d'énergie en fonction du comportement du matériau. Lorsqu'une particule atteint un objet réfractant, il est nécessaire de propager chaque longueur d'onde correctement (cf. figure 5.6). Le but de la représentation adaptative est justement d'éviter de faire le calcul pour chaque longueur d'onde en groupant celles qui ont un comportement "proche". Il faut donc trouver un moyen de ne propager que les longueurs d'ondes associées aux intervalles choisis pour représenter la distribution d'énergie du photon. Le découpage n'est pas choisi a priori, mais déterminé progressivement en remplaçant successivement les fonctions de projections par leurs descendantes. Une projection sur une fonction de la base correspond à un comportement moyen sur l'intervalle de longueurs d'ondes associé. Une méthode utilisant une représentation moyenne du comportement des matériaux pour chaque intervalle permettrait de simuler la propagation des ondes associées en ne suivant qu'un seul chemin lumineux.

Considérons maintenant le cas des rayons issus de l'œil. Lorsqu'un des chemins de collecte intersecte un objet transparent, il est également nécessaire de propager chaque longueur d'onde correctement (cf. figure 5.7). Nous pouvons aussi dans ce cas insérer un opérateur dans l'expression de rendu qui représentera la luminance incidente et propagera les chemins associés aux intervalles choisis lors de l'évaluation de l'expression de rendu.

Ces idées soulèvent un certain nombre de questions. Notamment : comment déterminer un chemin lumineux issu d'une source de lumière et finissant sur un point de la scène visible par l'œil. Bien que quelques travaux existent [MH92], les solutions proposées sont particulièrement lourdes et contraignent aussi la description géométrique des objets. Une autre approche est présentée par H. Jensen [Jen96, Jen97] : la *carte de photons*. Nous allons étendre cette méthode déjà détaillée au chapitre 3.

FIG. 5.7 – *Collecte dispersive*FIG. 5.8 – *Phase 1, dépôt de photons "moyens"*

Imaginons que la première passe ait effectivement déposé des photons dans la scène. Lorsqu'un rayon de collecte, issu de l'œil, intersecte un objet sur lequel sont déposés des photons, il faut calculer l'énergie réfléchie dans cette direction pour chaque intervalle de la représentation. Nous ne voulons pas propager des photons pour chaque intervalle de la décomposition hiérarchique. Cette idée n'est pas réalisable, puisque la base hiérarchique comporte deux fois plus de fonctions de projection que d'échantillons sous-jacents. Par contre, l'évaluation de l'expression de rendu nous indique pour quels intervalles propager des photons. La position des photons n'est nécessaire qu'au moment de calculer l'énergie réfléchie dans la direction de collecte, c'est à dire lors de l'évaluation de l'expression de rendu. Un opérateur inséré dans cette expression permettrait de représenter l'énergie collectée en ce point, sans la calculer. L'évaluation de cet opérateur réaliserait la propagation des photons pour les intervalles de longueurs d'ondes choisis, puis le calcul de la luminance réfléchie.

La figure 5.8 présente la situation initiale : des photons ont été déposés en considérant que les matériaux ont un comportement moyen sur le domaine visible. Cette étape

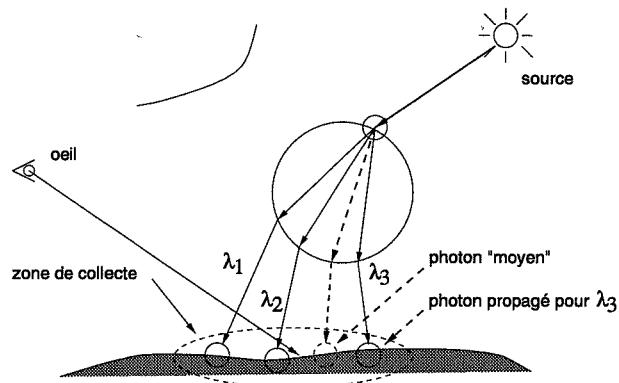


FIG. 5.9 – Phase 2, propagation de photons pour l'intervalle choisi

est nécessaire pour déterminer approximativement quels sont les chemins susceptibles d'apporter de l'énergie dans la zone de collecte. La figure 5.9 illustre la propagation de photons pour un intervalle choisi pendant l'évaluation de l'expression de rendu.

5.2.2 Construction de la carte de photons moyenne

L'ensemble de points et de directions émettant de l'énergie de chaque source de lumière est échantillonnée en recherchant les objets réfléchissants ou transparents susceptibles de créer des caustiques. Les particules sont ensuite émises vers ces objets. Les chemins ne comportant que des réflexions sont communs à toutes les longueurs d'onde, aussi les photons stockent-ils l'expression de l'énergie qu'ils véhiculent. Ces photons seront appelés par la suite des *photons réfléchis*. Dans le cas des chemins comportant des réfractions, les photons ne stockent que l'énergie associée à l'intervalle pour lequel ils ont été propagés. Lors de la première phase, il s'agit de l'intervalle I_0^0 défini par la fonction ϕ_0^0 . Cet intervalle est appelé "moyen" : qu'il s'agisse d'un photon, du comportement d'un matériau ou d'une distribution d'énergie. Ces photons seront par la suite appelé *photons réfractés*. Les photons réfléchis ainsi que les photons réfractés moyens sont stockés dans une carte de photons moyenne. Tout l'arbre de rayons réfléchis et réfractés est propagé dans le but de simplifier la relance de photons décrite à la section 5.2.4. Le nombre de rayons ainsi propagé est limité par une profondeur maximale et un seuil sur l'énergie véhiculée par chaque particule.

Lors de la seconde phase du rendu, l'évaluation progressive des expressions de rendu détermine quels intervalles sont nécessaires. Les photons réfractés stockent également le premier point de réfraction suivant leur chemin incident ; cette information sera utilisée pour propager de nouveaux photons. Cette construction progressive et localisée des cartes de photons sera détaillée à la section 5.2.4. Les photons réfractés sont stockés dans une carte associée à l'intervalle pour lequel ils ont été propagés.

5.2.3 Calcul de la luminance par estimation de densité

Lorsqu'un rayon de collecte intersecte un objet sur lequel des photons moyens ont été déposés lors de la première phase, l'évaluation de l'opérateur associé à ce cas doit déterminer la luminance réfléchie dans la direction de collecte. Ce calcul relève de l'estimation de densité présentée au chapitre 3. L'utilisation de la représentation adaptative pour réaliser cette estimation ne pose pas de problème particulier. Il suffit de se rendre compte que l'estimation de densité [Jen97] [Sil86] de la luminance réfléchie au point x dans la direction $\vec{\omega}_r$ n'est qu'une somme pondérée :

$$L_\lambda(x, \vec{\omega}_r) = \frac{1}{nr^2} \sum_{i=1}^n K \left(\frac{\|\vec{x} - P_i\|}{r} \right) L_{i\lambda}(P_i, \vec{\omega}_r) \quad (5.3)$$

où : K est un noyau normalisé de dimension 2 [Sil86], P_i est un des n photons, $\vec{\omega}_i$ la direction d'incidence du photon i , $L_{i\lambda}(P_i, \vec{\omega}_r) = f_r(P_i, \vec{\omega}_i \rightarrow \vec{\omega}_r, \lambda) \frac{\Delta\Phi_i(P_i, \vec{\omega}_i, \lambda)}{\pi r^2}$ la luminance réfléchie par le photon i dans la direction $\vec{\omega}_r$ et r la distance entre le point x et le plus éloigné des n photons.

Les opérations nécessaires sont déjà définies pour la représentation adaptative. Il est donc aisé de construire une expression ou un opérateur particulier réalisant cette estimation.

Les photons sont stockés dans un *divided k-d tree* [vKO91] afin de déterminer rapidement les n plus proches voisins du point x . Les photons ne sont déposés que dans les zones où sont susceptibles d'apparaître des caustiques, aussi est-il nécessaire de définir une zone de recherche maximale afin d'établir rapidement l'existence ou l'absence d'une caustique dans le voisinage du point de collecte.

L'opérateur collecte les photons dans la carte de photons moyenne. Les photons réfléchis stockent la description complète de leur distribution d'énergie, ainsi l'opérateur peut évaluer directement l'énergie présente dans un intervalle. Le cas des photons réfractés est un peu plus complexe puisqu'ils n'ont pas encore été propagés. L'opérateur doit donc déposer des photons pour l'intervalle de longueurs d'onde en cours d'évaluation puis estimer la luminance réfléchie. La propagation des nouveaux photons est détaillée dans la section suivante.

L'utilisation de l'estimation de densité est critiquable sur plusieurs points. En effet, il n'existe pas de certitude théorique quant aux propriétés de la fonction reconstruite. Le défaut le plus grave est certainement le fait que l'estimation ne produise pas nécessairement une fonction de densité correcte [Sil86], c'est à dire qu'il n'y a pas de moyen d'être sûr de la validité physique de cette estimation : il peut très bien y avoir création d'énergie. Il existe d'autres techniques d'estimation de densité [Mys97] [WHSG97] [Col97], celle que nous avons mise en œuvre est l'une des plus simples et possède un certain nombre de défauts.

5.2.4 Construction progressive des cartes de photons dispersives

La construction progressive des cartes a lieu pendant la deuxième phase du rendu, l'évaluation adaptative des expressions de rendu construites pour chaque point image. Lorsque l'opérateur décrit dans la section précédente collecte des photons réfractés moyens afin d'estimer la luminance réfléchie pour un intervalle, il faut de nouveau propager des photons en tenant compte du comportement des matériaux sur cet intervalle. Les photons réfractés moyens stockent le premier point de réfraction de leur chemin ainsi que l'énergie incidente en ce point, sous forme d'une expression de rendu comme les photons réfléchis. L'intervalle et donc le comportement du matériau ainsi que le premier point d'intersection et la normale en ce point sont connus, il est donc possible de suivre de nouveaux chemins lumineux (cf. figures 5.8 et 5.9). Ces photons sont stockés dans la carte associée à l'intervalle en cours d'évaluation.

L'estimation de la luminance réfléchie par les nouveaux photons réfractés s'effectue comme décrit dans la section précédente; il ne reste plus qu'à additionner ce résultat au précédent.

5.2.5 Résultats

Les figures ci-dessous illustrent les résultats obtenus avec la méthode adaptative. Le nombre de photons utilisés pour l'estimation de densité varie entre 30 et 50 selon les images.

L'image 5.10 présente une caustique sur un matériau opaque. Il n'est pas nécessaire, dans ce cas de relancer de nouveaux photons. Seulement 8000 photons moyens ont été déposés lors de la première passe. Le rendu a nécessité $2mn54s$ sur un processeur R12000 à 270Mhz. L'image 5.11 représente la même scène, seul le matériau de l'anneau change, il s'agit maintenant d'un verre (son indice de réfraction est 1.437 à $587nm$ et il présente une faible dispersion). La présence du verre nécessite le suivi des chemins lumineux dépendant de la longueur d'onde. La première passe a généré 37000 photons moyens (réfléchis et réfractés). Le rendu a propagé 186000 nouveaux photons en $1h39mn$. L'explosion du temps de calcul est compréhensible puisque chaque rayon issu de l'œil se réfracte dans le verre et génère plusieurs points de collecte. Chaque collecte nécessite à son tour de propager de nouveaux photons. L'estimation de densité utilise les 50 plus proches voisins du point de collecte. Les représentations adaptatives comportent, en moyenne, 8 intervalles, c'est à dire que 15 projections ont été calculées pour chaque point de collecte et chaque photon collecté. Un rayon primaire intersectant l'anneau nécessite donc de suivre un millier de chemins.

Les erreurs sont distribuées de la même manière que précédemment, environ 15% de l'image dépassent le seuil fixé.

La figure 5.12 présente un autre cas de collecte dispersive, mais sans rendu de caustique. Cette image a nécessité $1mn39s$ pour un seuil fixé à 4 CIELAB. Le rendu par échantillonnage régulier avec 4 intervalles nécessite $2mn37s$, ce qui est déjà plus

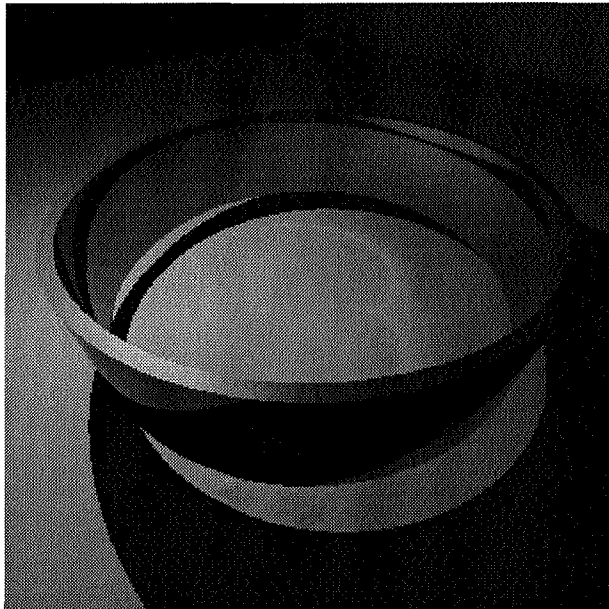


FIG. 5.10 – *Caustique sur un matériau opaque, rendu adaptatif*

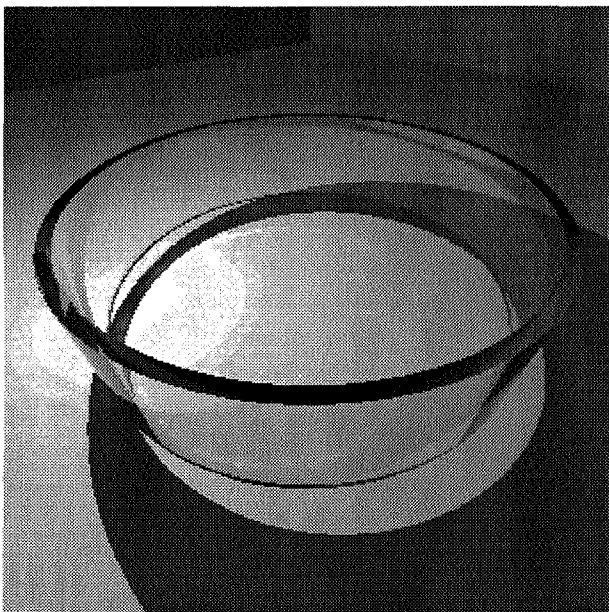
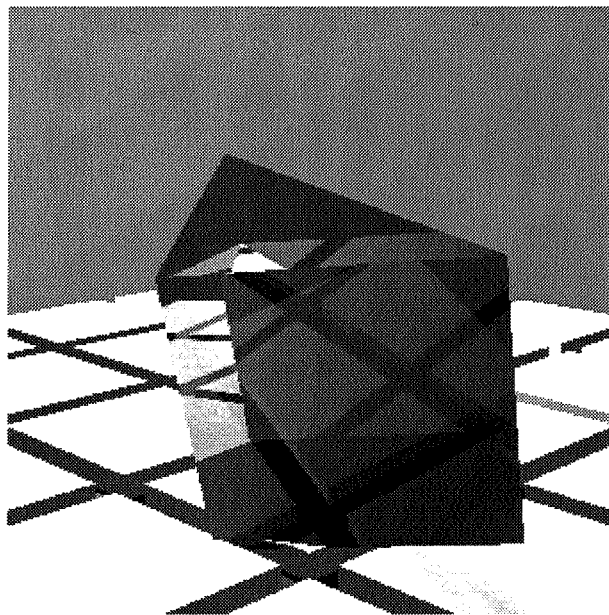


FIG. 5.11 – *Caustique sur un matériau transparent, rendu adaptatif*

FIG. 5.12 – *Collecte dispersive, rendu adaptatif*

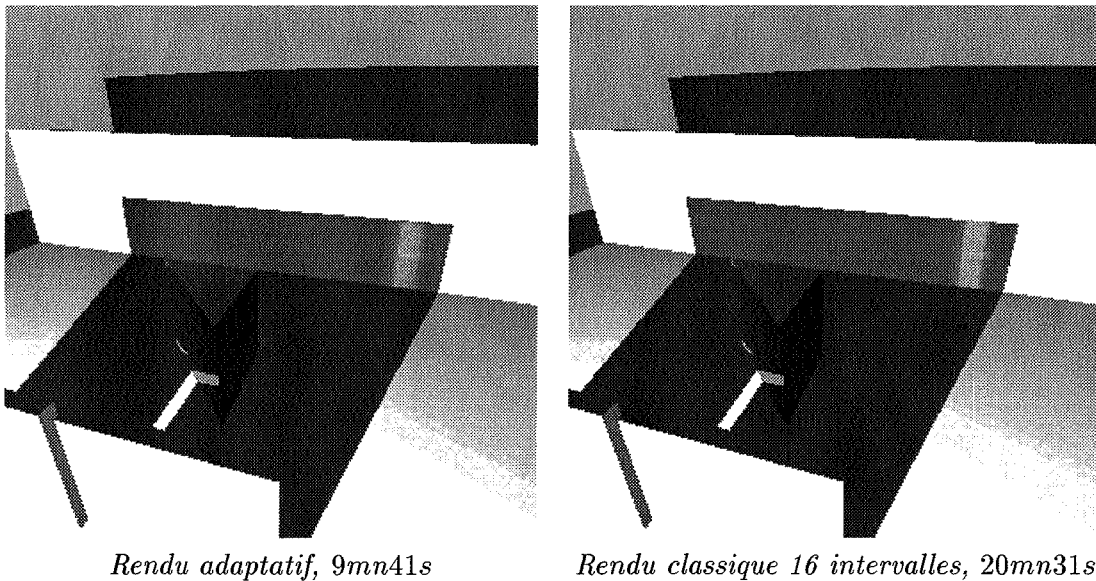
long que la solution adaptative. L'image de référence calculée avec 64 longueurs d'ondes nécessite $33mn17s$, soit 20 fois plus de temps. Ici aussi, les erreurs sont en dessous du seuil fixé.

La figure 5.13 illustre un des cas les plus complexes, la dispersion de la lumière. Le rendu adaptatif, pour un seuil de 3 CIELAB, nécessite $9mn41s$ alors qu'un rendu avec 8 intervalles prend déjà $11mn15s$, et avec 16 intervalles, $20mn31s$. Il est cependant difficile de juger des erreurs réelles commises par la méthode adaptative puisque l'image de référence avec 64 échantillons n'est pas calculable sur nos machines. La comparaison avec des rendus comportant moins d'échantillons n'est pas non plus correcte puisque les erreurs moyennes entre les images calculées pour 4 et 16 échantillons sont de l'ordre de 10 CIELAB. Cette erreur moyenne tombe à 1.3 pour les images calculées avec 16 et 32 échantillons. La figure 5.14 présente quelques images obtenues avec un échantillonnage régulier.

5.3 Quelques idées ...

Plusieurs améliorations seront proposées dans le chapitre suivant, notamment la séparation des chemins lumineux, ce qui permet de déterminer un découpage adapté dans chaque cas. La méthode présentée considère l'expression de rendu d'un seul bloc et détermine un découpage commun de l'énergie incidente.

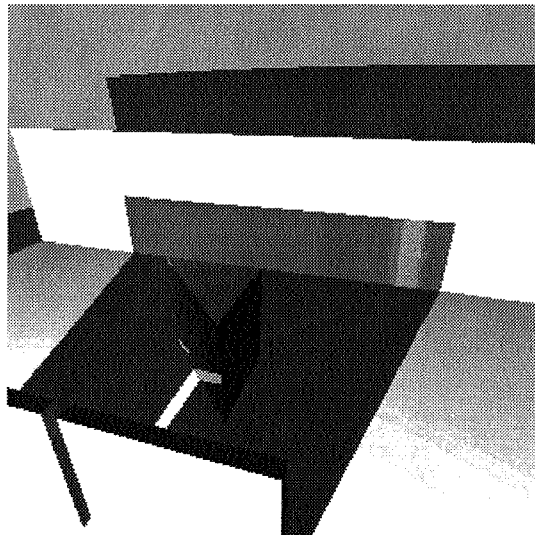
Le plus gros défaut de cette méthode est de confondre l'écart colorimétrique et l'erreur d'échantillonnage géométrique. C'est à dire que rien n'assure que les chemins

FIG. 5.13 – *Caustique dispersive*

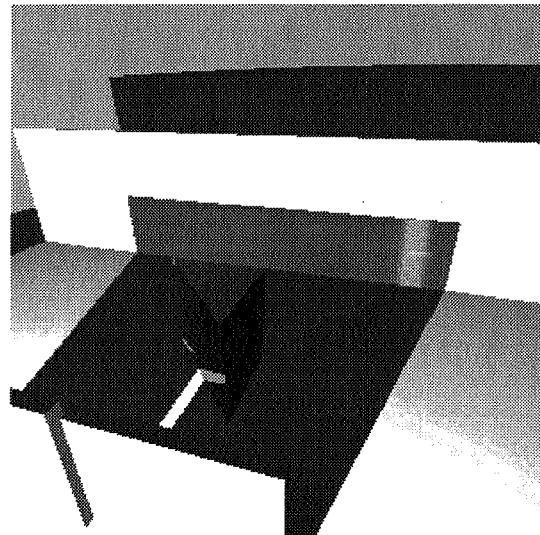
échantillonnés pour les intervalles choisis sont les seuls à apporter de l'énergie au point de collecte. De même, seuls les chemins comportant une réflexion diffuse sont pris en compte, ce qui élimine la possibilité de calculer un arc en ciel, par exemple, qui est un cas de chemin lumineux purement spéculaire (en considérant chaque goutte d'eau individuellement, ce qui n'est pas une solution viable).

L'adaptativité de la méthode est également un handicap puisque de nombreuses les projections sont envisagées avant d'aboutir au découpage final (un découpage final comportant 8 intervalles a nécessité de calculer 15 projections). Un système de cache permettrait sans doute de se rappeler comment chaque chemin lumineux a été découpé afin d'éliminer les premières étapes du découpage. De même, l'évaluation progressive nécessite de recalculer régulièrement plusieurs fois le même résultat, par exemple lorsqu'un photon contribue à plusieurs pixels. Le chapitre suivant propose une solution à ce problème en définissant certaines opérations directement dans l'espace colorimétrique, ce qui permet de stocker le tristimulus associé à chaque photon et d'éviter de le recalculer chaque fois.

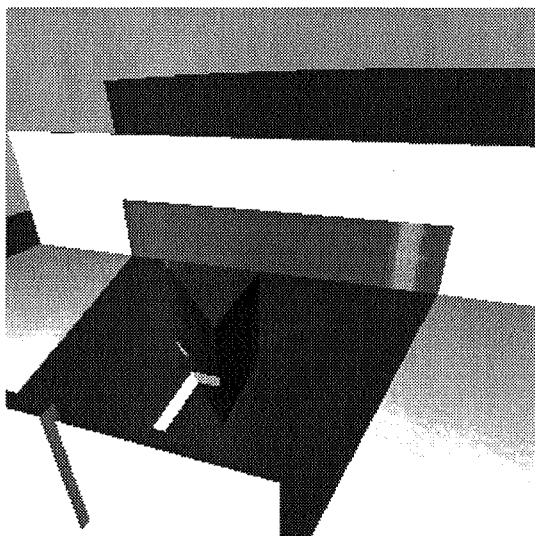
L'estimation de densité utilisée est simpliste et une méthode plus évoluée permettrait d'améliorer le rendu de certains détails [Mys97] [Col97] [WHS97] [HL93].



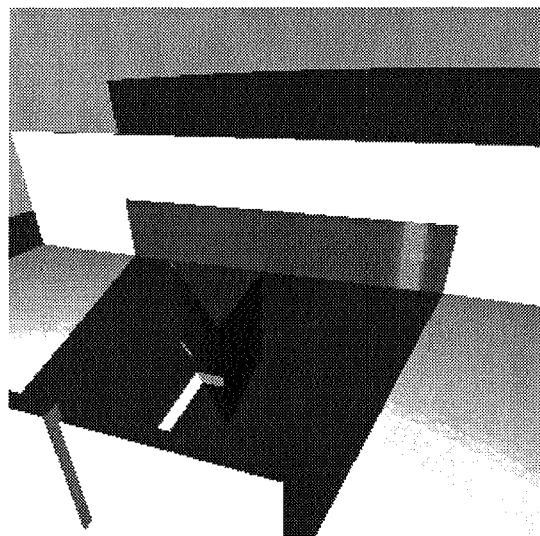
2 échantillons
4mn35s, 154 000 photons



4 échantillons
6mn46s, 233 000 photons



8 échantillons
11mn15s, 404 000 photons



16 échantillons
20mn31s, 730 000 photons

FIG. 5.14 – *Caustique dispersive, échantillonnage régulier*

Chapitre 6

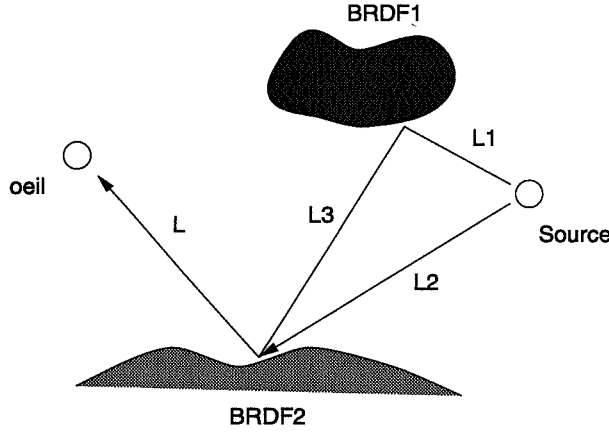
Rendu global

L'histoire de la quête du réalisme des images de synthèse a été marquée par l'introduction de méthodes tenant compte de l'illumination globale des scènes. L'effet simulé est particulièrement courant : la couleur d'un objet modifie celle des objets proches et vice-versa. Ce chapitre présente deux méthodes permettant de simuler, dans le cadre des expressions de rendu présentées au chapitre 4, les interréllections diffuses des objets.

La première partie de ce chapitre introduit une modification des expressions de rendu afin de rendre plus efficace cette simulation. Ensuite, une nouvelle méthode de dépôt de photons sera exposée. Cette méthode essaye de déposer plus de photons là où ils sont utiles : dans les ombres visibles depuis l'œil. La dernière partie du chapitre présentera l'utilisation de ces méthodes pour la simulation de l'illumination globale d'une scène. Une première version sera proposée puis certains de ses défauts seront éliminés dans une deuxième version, en cours de développement.

6.1 Séparation des chemins lumineux

La conclusion du chapitre précédent insiste sur un défaut de l'échantillonnage progressif des chemins lumineux. Jusqu'à présent, les chemins pris en compte en un point sont considérés comme formant un ensemble et un découpage commun permet de déterminer le tristimulus du point image. Il serait plus judicieux d'arriver à s'adapter à la distribution d'énergie associée à chaque chemin. De même, lorsqu'un photon contribue à plusieurs points de l'image, sa représentation est calculée plusieurs fois. Éliminer cette redondance de calculs permettrait d'améliorer grandement l'efficacité des expressions de rendu.



$$L = L_3 \times BRDF_2 + L_2 \times BRDF_2$$

$$\text{avec } L_3 = L_1 \times BRDF_1$$

FIG. 6.1 – Contribution de plusieurs chemins lumineux.

6.1.1 Principe

Une solution aux problèmes énoncés ci-dessus apparaît lorsqu'on se rend compte que les expressions sont la somme des contributions de chaque chemin. L'énergie véhiculée par un chemin est un produit à opérandes multiples dont le nombre dépend de la longueur du chemin. La figure 6.1 illustre cette remarque, dans le cas de deux chemins.

De même, il serait intéressant de subdiviser la représentation d'un chemin plus finement lorsque sa contribution au point image est grande. Par exemple, le calcul d'une caustique étant très lourd, il serait particulièrement efficace de ne calculer sa représentation précisément que lorsqu'elle est visible. Les zones directement éclairées noient les caustiques, alors que ces dernières sont nettement visibles dans les zones d'ombre. La contribution de la caustique est insignifiante dans un cas et prépondérante dans l'autre. En comparant la luminance réfléchiée par chaque chemin vers le point image nous pouvons pondérer leur représentation.

En se rappelant la définition de la somme de deux représentations adaptatives et que la $BRDF$ se réduit à une constante pour une géométrie fixée, il apparaît que non seulement la somme n'introduit pas d'erreur supplémentaire (le calcul de l'erreur est exact) mais aussi que le produit par une constante est linéaire (cf. chapitre 4, section 4.4.2) :

$$A_{i(L_1+L_2)} = \sum_{(i,j) \in B} \left[\bar{L}_{1i}^j \int_{I_i^j} \bar{a}(\lambda) d\lambda + \epsilon_{L_1 \bar{a}_i^j} + \bar{L}_{2i}^j \int_{I_i^j} \bar{a}(\lambda) d\lambda + \epsilon_{L_2 \bar{a}_i^j} \right]$$

$$A_{i(\alpha L)} = \alpha \sum_{(i,j) \in B} \left[\bar{L}_i^j \int_{I_i^j} \bar{a}(\lambda) d\lambda + \epsilon_{L \bar{a}_i^j} \right]$$

Ce constat permet d'imaginer un nouveau type d'expression pouvant éventuellement comporter des opérations adaptatives mais également des tristimulus précédem-

ment calculés. Reprenons l'exemple précédent, illustré sur la figure 6.1. Imaginons que le tristimulus A_{L_3} du chemin véhiculant la luminance L_3 et réfléchi par le matériau $BRDF_2$ ait déjà été calculé, ainsi que l'écart colorimétrique associé. Il faudrait dans ce cas évaluer le tristimulus complet :

$$\begin{aligned} A &= \int L_3 \times BRDF_2 \cos\theta_3 \bar{a}(\lambda) d\lambda d\omega_i + \int L_2 \times BRDF_2 \cos\theta_2 \bar{a}(\lambda) d\lambda d\omega_i \\ &= A_{L_3} + A_{L_2} \end{aligned}$$

où A_{L_2} est le tristimulus du chemin $L_2 \times BRDF_2$. Rien n'empêche de calculer adaptativement le tristimulus A_{L_2} et de sommer ensuite avec A_{L_3} pour obtenir le résultat final. Une question demeure, tout de même : comment se comportent les écarts colorimétriques déterminés séparément ? Une des propriétés fondamentale des $BRDF$ (cf. chapitre 2) est la conservation de l'énergie, c'est à dire que l'intégrale de la $BRDF$ sur son domaine de définition est inférieure ou égale à 1. Les chemins sont pondérés par la $BRDF$ du matériau du point de collecte, la somme de ces poids est donc nécessairement inférieure ou égale à 1. Cette propriété permet de s'assurer que la somme des écarts colorimétriques sera bien inférieure au seuil fixé pour l'évaluation individuelle des chemins lumineux.

6.1.2 Expressions mixtes

Les expressions construites par lancer de rayons se présentent sous forme d'arbres. Le facteur de branchement de chaque nœud dépend du type d'opérateur. Les opérateurs produit et produit par une constante sont unaires alors que la somme est binaire.

NOTE : Produit unaire

L'opérateur produit binaire a rapidement été remplacé par un équivalent unaire pour une simple raison d'efficacité. En effet, l'évaluation parcourt l'arbre complet à chaque itération et cette modification permet de diviser par deux le nombre de nœuds nécessaires pour représenter la distribution d'énergie d'un chemin. Le produit binaire a pour opérandes une distribution d'énergie, qui est généralement le résultat d'un autre opérateur, ainsi qu'une $BRDF$ dépendante de la géométrie. C'est aussi un opérateur qui construit la représentation de la $BRDF$ (cf. section 4.3.4) pour la géométrie observée. L'opérateur produit unaire est la composition du produit binaire et de l'opérateur de construction de $BRDF$. Cette transformation est schématisée à la figure 6.2.

Le sommet de l'arbre est constitué d'un ensemble d'opérateurs sommes. En effet, l'algorithme de lancer de rayons suit des chemins lumineux et somme leurs contributions afin de déterminer la luminance incidente au point d'intérêt. Un parcours récursif de l'expression permet alors d'isoler chaque chemin ainsi que de retrouver la constante représentant la géométrie de la réflexion ou de la réfraction. Les chemins sont classés en deux ensembles : ceux qui nécessitent une évaluation adaptative et ceux qui ont déjà été évalués. Les chemins déjà évalués correspondront aux contributions des photons, ceci sera précisé plus tard. Le tristimulus et l'écart colorimétrique associés aux chemins

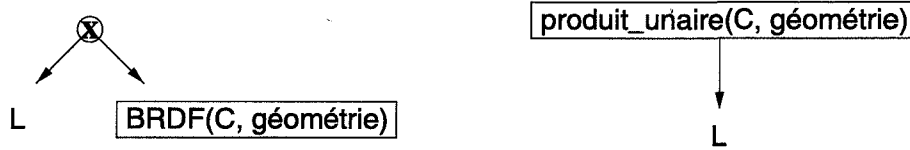


FIG. 6.2 – Opérateur produit. Version binaire à gauche, version unaire à droite. C représente le comportement du matériau

déjà évalués sont représentés par un opérateur sans opérande. La figure 6.3 fournit un exemple d'une telle expression. Une expression mixte est évaluée en deux temps :

- . pour chaque chemin adaptatif
 - . calculer la projection sur la première fonction de la feuille du chemin
 - . projeter chaque opérande du chemin
 - . initialiser l'erreur de la représentation du chemin
- . initialiser l'erreur de la représentation de l'ensemble de l'expression : cumuler les erreurs des chemins adaptatifs et celles des chemins déjà évalués
- . tant que l'erreur de la représentation est supérieure au seuil :
 - . affiner la représentation du chemin adaptatif ayant la plus grande contribution :
 - . remplacer la fonction dont la projection introduit l'erreur la plus importante par ses deux filles :
 - . éliminer cette fonction de la représentation du chemin
 - . calculer la projection sur les deux filles de la feuille du chemin
 - . projeter chaque opérande du chemin
 - . mettre à jour l'erreur du chemin
- . mettre à jour l'erreur de l'expression

La seule différence notable avec l'évaluation présentée précédemment réside dans le fait de choisir quel chemin affiner. Cet algorithme utilise la contribution associée à chaque chemin adaptatif afin de déterminer, à chaque itération, lequel doit être affiné. En fait, la contribution seule ne suffit pas à contrôler la précision de la représentation d'un chemin, l'erreur introduite par le chemin est aussi prise en compte. C'est la représentation du chemin d'erreur et de contribution les plus importantes qui sera affinée. L'évaluation d'un chemin est identique à l'évaluation progressive utilisée jusqu'à présent. La représentation de chaque chemin est déterminée pour le seuil choisi pour la

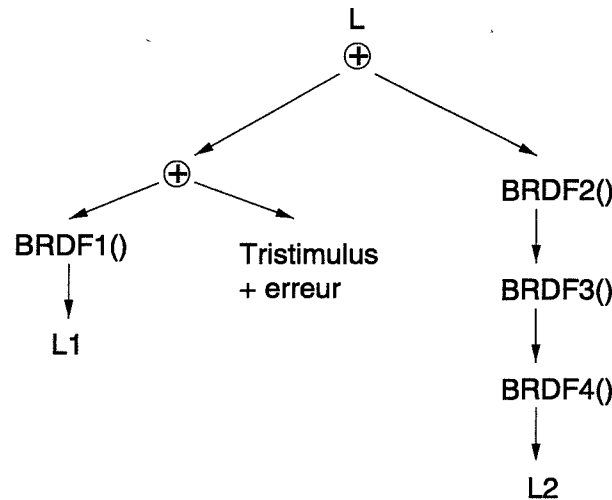


FIG. 6.3 – Expression mixte

totalité de l'expression, la conservation de l'énergie de la *BRDF* du point de collecte nous garantit que l'erreur du résultat final sera également inférieure au seuil.

La figure 6.4 présente deux rendus d'une scène tirée du chapitre précédent (seuil 3 CIELAB, même nombre de photons réfractés moyens), celle de gauche est calculée avec une évaluation monobloc des expressions, celle de droite utilise la séparation des chemins proposée ci-dessus. Le gain de temps n'est pas très important (13%), puisque seulement 20 000 photons supplémentaires ont été propagés. Par contre, l'évaluation avec séparation de chemins a déposé moitié moins de photons réfractés dans la caustique que l'évaluation monobloc.

6.2 Propagation de photons guidée par importance

Passons maintenant au sujet qui nous préoccupe : les interrélflexions diffuses. Une solution à base de photons a été proposée par Jensen [Jen96] en 1996 et est étendue régulièrement depuis. Cette solution a déjà été détaillée dans le chapitre 3. Des photons sont propagés dans la scène depuis les sources de lumière en tenant compte du comportement des matériaux avec lesquels ils interagissent. La composante diffuse du champ de luminance que nous essayons de simuler est considérée comme variant lentement d'un point à l'autre de la scène [WRC88, WH92]. La densité de photons nécessaire à cette simulation est donc plus faible que dans le cas des caustiques. Un des inconvénients de ces méthodes est intrinsèque à la définition du photon : ils se déposent plus facilement dans les zones éclairées qu'à l'ombre ! Pour obtenir une densité suffisante de photons dans les ombres, il est donc nécessaire d'en lancer un grand nombre dont la majorité sera déposé sur les surfaces éclairées. Plusieurs auteurs développent des méthodes permettant de diriger les photons vers les parties intéressantes de la scène [PP98], [DW95],

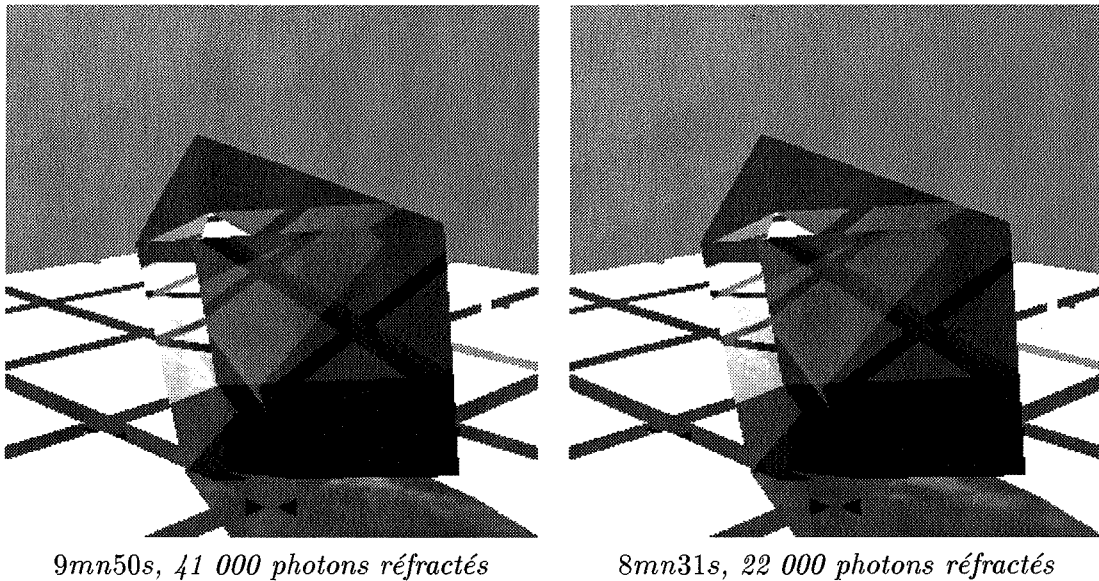


FIG. 6.4 – Comparaison des évaluations monobloc et avec séparation de chemins

[PM93, PM95]. Cette classe de méthodes utilise la notion d'importance ou de potentiel afin de déterminer la contribution d'un point de la scène à l'éclairement d'un autre. Cette notion sera présentée en détail un peu plus loin.

Une méthode efficace a été proposée par Peter et Pietrek [PP98] en 1998. Elle est cependant particulièrement lourde et nécessite 3 passes. En reprenant les idées directrices de ces travaux, nous allons proposer une méthode en 1 passe permettant d'indiquer dans quelles zones de la scène déposer prioritairement des photons. Cette proposition s'inscrit dans le cadre des expressions mixtes développé ci-dessus.

6.2.1 Principe

Nous voulons maintenant échantillonner des chemins lumineux indirects, c'est à dire comportant au minimum deux réflexions diffuses et se terminant sur un objet diffus. Le cas général inclut également des réflexions et des réfractions sur des objets spéculaires ou transparents après une première réflexion sur un objet diffus. Ce dernier cas est traitable dans le cadre des expressions de rendu mixtes, cependant son exposé est différé en fin de chapitre afin de rendre cette présentation plus digeste.

Des photons sont émis depuis les sources de lumière. L'intersection de leur chemin avec un objet diffus nécessite de choisir une nouvelle direction de propagation. Cette direction peut être choisie uniformément dans l'hémisphère des directions réfléchies ou en tenant compte du comportement du matériau. En effet, les objets diffus réfléchissent l'énergie incidente dans la plupart des directions. Mis à part les objets parfaitement lambertiens, la majorité des objets possède tout de même des directions privilégiées. Le

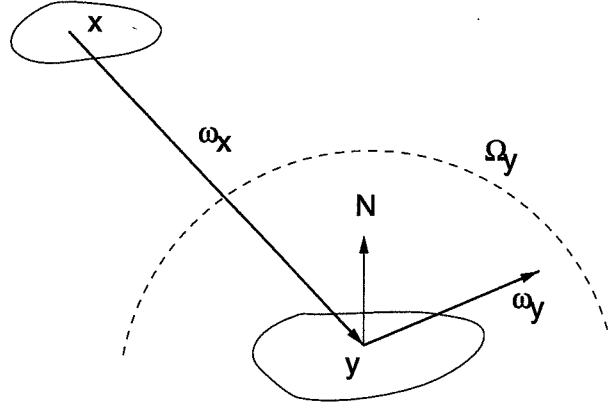


FIG. 6.5 – Notations pour la définition de l'importance.

modèle de Schlick [Sch94a], utilisé pour décrire le comportement des matériaux, permet de choisir une direction réfléchie privilégiée. Notre objectif est d'arriver à diriger prioritairement les photons vers les zones importantes de la scène : les ombres visibles depuis l'œil. Utiliser une direction réfléchie uniforme ou privilégiée du matériau ne nous autorise pas ce contrôle. Ces deux choix déposeront des photons surtout dans les zones éclairées de la scène. C'est là qu'intervient la notion d'importance ou de potentiel. En effet, pour diriger les photons, il est nécessaire de connaître, en chaque point, les directions acheminant le plus d'énergie vers les zones d'intérêt de la scène. C'est exactement ce que représente la notion d'importance. En utilisant cette connaissance, il devient possible de biaiser le choix de la direction réfléchie afin de guider les photons vers les zones d'ombres. La réflexion des photons n'est pas le seul endroit où nous pouvons biaiser le choix d'une direction à notre avantage, l'émission par les sources est également une bonne candidate.

La prochaine sous-section décrit une estimation du potentiel en un point de la scène, alors que les suivantes présentent en détail les deux contrôles.

6.2.2 Calcul du potentiel en un point

Le potentiel $W(x, \vec{\omega}_x)$ en un point x et selon une direction $\vec{\omega}_x$ est défini de manière similaire à la luminance. Ces deux grandeurs sont en fait étroitement liées [PM93, PM95], [DW95] :

$$W(x, \vec{\omega}_x) = g(x, \vec{\omega}_x) + \int_{\Omega_y} f_r(y, \vec{\omega}_y \rightarrow \vec{\omega}_x) W(y, \vec{\omega}_y) (\vec{N}_y \cdot \vec{\omega}_y) d\omega_y \quad (6.1)$$

où : $g(x, \vec{\omega}_x)$ représente l'appartenance à la zone d'intérêt, $f_r()$ est la BRDF d'un matériau et Ω_y est l'ensemble des directions réfléchies autour du point y qui est le point visible par x dans la direction $\vec{\omega}_x$. La figure 6.5 précise ces notations.

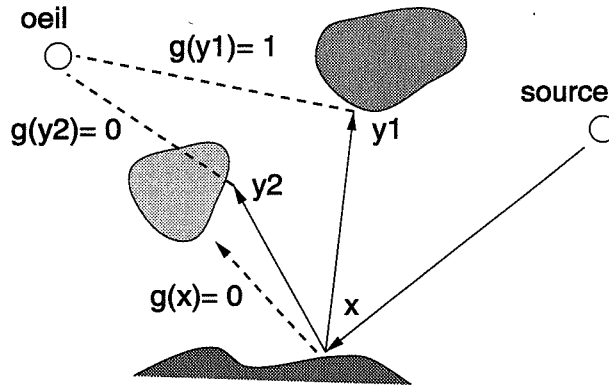


FIG. 6.6 – Exemple de potentiel

La fonction $g(x, \vec{\omega}_x)$ définit la zone émettrice de potentiel, la zone d'intérêt. Elle est égale à 1 si y , le point visible depuis x dans la direction $\vec{\omega}_x$, appartient à la zone et nulle sinon. La figure 6.6 fournit quelques exemples lorsque l'œil est émetteur de potentiel. L'œil étant réduit à un point, il y a une seule direction $\vec{\omega}_x$ en chaque point x susceptible de collecter du potentiel. L'utilisation d'un modèle de caméra plus évolué (intégrant la profondeur de champ, par exemple) définirait un ensemble de directions plus large et nécessiterait un échantillonnage plus poussé.

L'évaluation de l'équation 6.1 est aussi complexe à réaliser que le calcul des interréflexions diffuses que nous voulons effectuer. Ce n'est donc pas en évaluant précisément la luminance et le potentiel en chaque point de la scène que nous obtiendrons une méthode efficace de rendu. Par contre, nous pouvons utiliser une estimation, même grossière, du potentiel pour guider la réflexion des photons. En effet, nous pouvons estimer le potentiel direct lors de chaque interaction des photons avec les objets de la scène. L'estimation de la fonction $g(x, \vec{\omega}_x)$ nécessite de ne lancer qu'un seul rayon en direction de l'œil. Le potentiel direct sera égal à 1 sauf s'il existe une intersection avec un objet. En ne sélectionnant qu'un seul échantillon pour évaluer la somme sur Ω_y de l'équation 6.1, nous pouvons estimer grossièrement le potentiel du photon, non seulement lors de chaque interaction avec la scène, mais également lors de son émission (cf. figure 6.7) [DW95].

Les photons stockeront leur direction de propagation (lors de la réflexion ou de l'émission) ainsi que le potentiel collecté. Nous pouvons imaginer de rechercher parmi les plus proches photons de chaque interaction quelles directions ont un fort potentiel et utiliser cette information afin de finalement diriger les photons vers les zones d'intérêt de la scène.

Dans la réalisation actuelle, seule les scènes constituées d'objets opaques sont gérées et le potentiel n'est estimé qu'en moyenne sur le domaine visible. La représentation adaptative du potentiel n'est pas calculée, seule la valeur moyenne sur l'intervalle I_0^0 est utilisée.

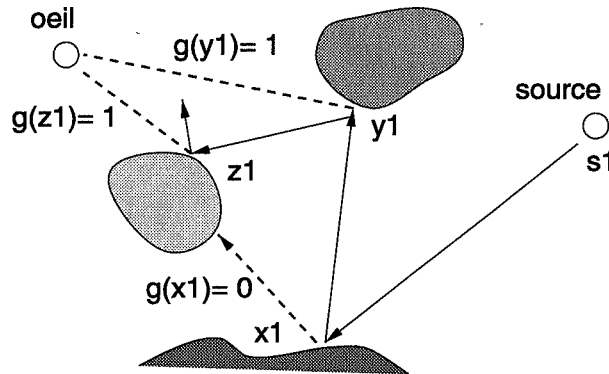


FIG. 6.7 – *Suivi de potentiel*. Les photons sont déposés sur les points $x1$, $y1$ et $z1$. Les potentiels $W()$ sont estimés en chacun de ces points mais également en $s1$, au niveau de la source

Les deux sous-sections suivantes expliquent comment effectuer ce contrôle.

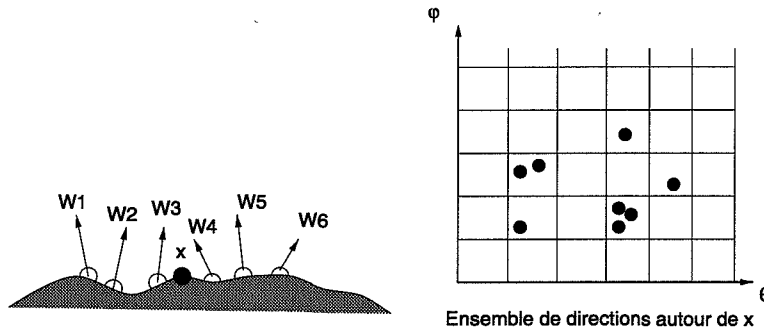
6.2.3 Contrôle de l'émission des sources de lumière

Lors de l'émission des photons, nous pouvons facilement stratifier l'ensemble des directions d'émission de la source et estimer, dans chaque strate, le potentiel collecté. Cette information permet de biaiser le choix des directions d'émission en l'utilisant pour construire une fonction de densité de probabilité, ou *pdf*. Un tirage par importance selon cette *pdf* nous indiquera quelles sont les directions privilégiées permettant d'émettre plus de photons vers les zones d'intérêt de la scène. La *pdf* est également utilisée pour ajuster l'énergie associée aux photons. Cette fonction doit donc être construite avec beaucoup de soin afin de ne pas introduire un bruit important dans l'énergie propagée par les photons. Plusieurs auteurs ont envisagé différentes solutions [DW94, DW95], [Jen95]. Ce sont finalement les méthodes les plus simples qui se comportent le mieux. Une solution courante consiste à attendre que suffisamment d'échantillons soient disponibles avant d'utiliser la *pdf* [DW95], [Jen95]. Le choix des directions reste donc uniforme jusqu'au moment où l'estimation du potentiel est jugée correcte. C'est le nombre de photons émis par strate qui sert de critère de qualité. Au niveau des sources, cette solution est tout à fait justifiée puisque un grand nombre de photons est émis ; par contre, son utilisation au niveau des interactions est plus délicate, puisque moins de données sont disponibles.

La construction de la *pdf* et le tirage par importance sont également utilisés lors de la réflexion des photons ; ils seront détaillés plus tard.

6.2.4 Contrôle de la réflexion sur les objets diffus

Nous allons également construire une *pdf* afin de contrôler la réflexion des photons. Nous devons estimer le potentiel pour l'ensemble des directions réfléchies en un point.

FIG. 6.8 – Construction de la pdf en un point x .

Les photons, comme souligné précédemment, stockent leur direction de propagation ainsi que le potentiel associé. En étudiant les photons les plus proches déjà déposés dans la scène, nous pouvons récolter suffisamment d'informations pour construire la *pdf*. L'ensemble des directions réfléchies est stratifié, et la direction de propagation de chaque photon collecté contribue à l'estimation du potentiel d'une strate. Lorsque le nombre de contributions par strate est suffisant, l'estimation du potentiel est jugée fiable et sera utilisée. La *pdf* est également utilisée pour modifier l'énergie véhiculée par le photon. La prochaine sous-section décrira en détail la construction de la *pdf* ainsi que le tirage par importance. La figure 6.8 présente un exemple illustrant la construction de la *pdf* pour un ensemble de photons proches du point d'interaction.

6.2.5 Construction d'une *pdf* et tirage par importance

Que ce soit dans le cas de l'émission ou de la réflexion des photons, nous disposons d'un ensemble de directions de propagation et d'un certain nombre d'évaluations de potentiel selon des directions échantillonnées précédemment. En stratifiant l'ensemble des directions de propagation, il est aisé d'enregistrer la contribution de chaque échantillon dans la strate correspondante. Cette stratification n'est construite qu'en deux dimensions, les échantillons étant supposés être localisés au même point. Cette approximation nécessite de limiter la zone de collecte des photons ou de stratifier la surface des sources étendues. Le nombre d'échantillons enregistré dans chaque strate est testé afin de déterminer si l'approximation du potentiel est fiable ou non. La *pdf* est alors construite en considérant que la distribution est uniforme sauf dans les strates "fiables".

Le tirage par importance nécessite de construire la distribution cumulée de la *pdf*. Une valeur uniforme permet alors de retrouver la strate associée dans la *pdf*. La figure 6.9 illustre cela. Chaque strate a donc une probabilité d'être sélectionnée proportionnelle au potentiel estimé. La figure 6.10 présente une *pdf* construite pour un point à la surface d'une source étendue.

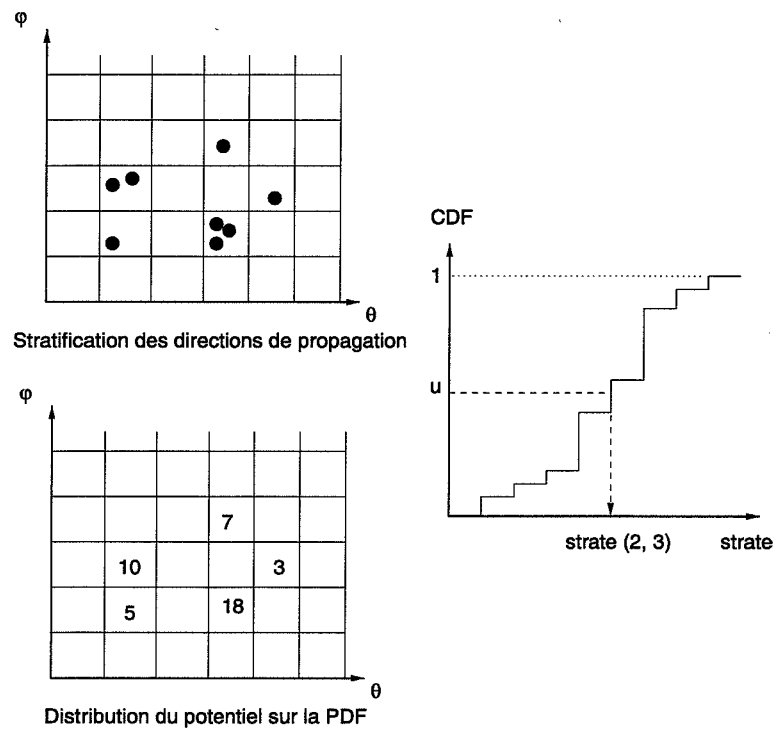


FIG. 6.9 – Tirage par importance d'après une pdf. La variable aléatoire $u \in [0, 1[$ permet de déterminer quelle strate utiliser.

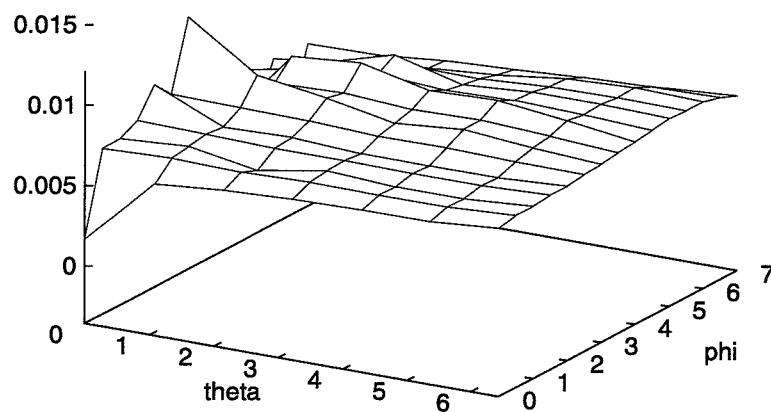


FIG. 6.10 – pdf construite en un point d'une source étendue.

6.2.6 Résultats

La zone d'intérêt est définie par les ombres visibles depuis l'œil. Ce choix impose donc de lancer deux rayons pour déterminer le potentiel direct. Le premier pour vérifier que le point est visible et le second pour vérifier qu'il est bien à l'ombre de la source de lumière.

En fonction du seuil demandé pour assurer la fiabilité des *pdf*, l'efficacité de la méthode décroît. En effet, tant que le nombre de directions échantillonnées par les photons déposés dans le voisinage est inférieur au seuil, le choix des directions se fait uniformément. Les sources de lumière émettent tous les photons et un seuil de 50 ou 100 est utilisable, ce qui garantit une précision correcte de l'estimation du potentiel dans chaque strate. Par contre, utiliser plus de 10 échantillons pour le contrôle de la réflexion des photons demande d'émettre plusieurs centaines de milliers de photons depuis les sources, afin que la répartition moyenne dans la scène soit suffisamment dense pour permettre de biaiser le choix des directions réfléchies. Si les seuils sont choisis trop hauts, la dépose de photons se fait de manière uniforme. S'ils sont trop faibles, l'estimation du potentiel n'est pas correcte et introduit un bruit important dans la reconstruction de la luminance lors du rendu de l'image. Par contre, les seuils faibles permettent de guider très efficacement les photons vers les zones d'intérêt.

Cette méthode n'a été testée que sur deux scènes, une classique *Cornell Box* et un couloir en L éclairé par une source invisible depuis l'œil. Dans ces deux cas, le contrôle de l'émission n'apporte qu'un gain négligeable par rapport à un choix uniforme, alors que le contrôle de la réflexion double le nombre de photons effectivement déposés dans les ombres visibles. Il faut cependant considérer que dans ces deux cas, la plupart de la scène est visible depuis l'œil, ces résultats ne sont donc pas réellement surprenants. Par contre, lorsque l'on rapproche l'œil d'une ombre particulière dans la *Cornell Box* afin qu'elle soit la seule visible, le contrôle de l'émission permet d'y déposer 4 fois plus de photons alors que l'utilisation conjointe des deux contrôles permet d'en déposer 9 fois plus.

Il faut également noter que l'estimation de l'équation 6.1 par une seule direction est particulièrement grossière et que les performances de cette méthode sont difficilement comparables avec la méthode de Peter et Pietrek [PP98] qui utilisent une estimation de bien meilleure qualité. Leurs résultats indiquent un gain d'un facteur 2 à 8. Les quelques exemples ci-dessus semblent indiquer que cette efficacité n'est pas hors de portée de notre méthode. Le principal problème lié à cette comparaison est la différence des scènes de tests utilisées.

La recherche systématique des photons voisins est également particulièrement lourde ; néanmoins la complexité de la méthode de [PP98] est largement supérieure à la nôtre et aucun temps d'exécution n'est fourni. Il existe cependant un espoir de rendre le tout nettement plus efficace en remplaçant les *k-d arbres* utilisés pour stocker les photons par une subdivision régulière en 5 dimensions comme proposé par Lafortune et Willems [LW95]. Les arbres réguliers sont une représentation implicite de la densité

des données qu'ils stockent. La subdivision conjointe des dimensions spatiales et directionnelles permet de maintenir très facilement des densités locales ce qui éviterait les recherches lourdes dans les *k-d arbres* utilisés actuellement.

Les photons sont tout de même déposés dans toute la scène. Les photons ne collectant pas de potentiel sont utilisés pour le contrôle de la réflexion. Nous pourrions limiter ce nombre de photons en utilisant une idée similaire à la répartition d'énergie proposée par Suykens et Willems [SW00]. En fait, il serait sans doute beaucoup plus efficace de stocker directement les *pdf* à la place des photons permettant de les construire, au prix d'une occupation mémoire accrue.

6.3 Rendu indirect d'objets opaques - partie 1

Visualisation directe des photons

Nous allons maintenant décrire une première méthode intégrant les expressions mixtes et un suivi de photons indirects. Les photons pourront être déposés uniformément ou guidés par le potentiel. Cette première méthode présente un inconvénient majeur qui sera éliminé plus tard : les photons sont visualisés directement, alors que la méthode suivante permettra une visualisation indirecte nettement plus correcte. Ces deux méthodes de visualisation ont été présentées au chapitre 3.

6.3.1 Principe

Les images sont toujours calculées de la même façon : une première passe dépose des photons. La seconde détermine la luminance incidente en chaque point image en évaluant l'expression construite pendant la collecte. L'évaluation des opérateurs présents dans l'expression est responsable du calcul des phénomènes que nous voulons simuler.

Le principe de cette méthode est relativement immédiat : nous commençons par déposer des photons en simulant des chemins indirects. Lors de la dépose d'un photon, la direction de l'œil sera déterminée, ce qui permettra de construire immédiatement la représentation adaptative correcte de la luminance qu'il véhicule. Seul le tristimulus et l'écart colorimétrique associés seront stockés dans le photon.

L'intersection d'un rayon de collecte avec un objet diffus sur lequel sont déposés des photons insérera un opérateur dans l'expression de rendu afin de représenter la contribution des photons indirects, comme souligné à la sous-section 6.1.2. Cet opérateur réalisera une estimation de densité similaire à celle utilisée au chapitre précédent afin de déterminer la luminance réfléchie vers le point image. L'évaluation des expressions de rendu séparera les chemins précalculés de ceux nécessitant une évaluation adaptative, afin de déterminer le tristimulus de chaque point image.

6.3.2 Suivi de photons

Le suivi de photons est identique à la méthode originale proposée par Jensen [Jen96]. Une différence éventuelle est l'utilisation du potentiel pour guider leur propagation. Ils sont émis depuis les sources de lumière et chaque interaction avec un objet permet de construire l'expression de rendu représentant leur distribution d'énergie. Ils sont éventuellement absorbés ou réémis, selon le comportement du matériau. Lorsqu'un photon est déposé, la direction de l'œil permet d'obtenir le tristimulus de sa contribution au point image en évaluant son expression associée.

Les photons ne sont pas déposés lors de leur première interaction puisqu'elle correspond à un chemin direct. Ils sont stockés dans plusieurs *cartes* en fonction du nombre d'interactions le long de leur chemin de propagation. Cette information sera utilisée par l'estimation de densité afin d'améliorer la qualité du rendu.

6.3.3 Estimation de densité

L'estimation de densité réalisée est identique à celle présentée au chapitre précédent. La seule différence concerne la séparation des longueurs de chemins. Ce constat empirique permet néanmoins d'éliminer, en grande partie, l'effet moutonneux caractéristique de l'utilisation d'une estimation de densité. Ce constat est sans doute démontrable. La construction des *pdf* utilisée lors du contrôle de la propagation des photons utilise aussi cette séparation.

6.3.4 Résultats

La figure 6.11 illustre la différence entre les deux estimations de densité. La partie gauche utilise la séparation de longueurs de chemins, alors que la partie droite ne l'utilise pas. Le nombre de photons utilisés par l'estimation de densité est identique dans les deux cas.

La figure 6.12 présente deux images d'un corridor en L, principalement éclairé indirectement. La partie gauche de la figure présente un rendu obtenu avec contrôle de l'émission de la source de lumière. L'image de droite est obtenue avec un contrôle complet de l'émission mais aussi de la réflexion des photons. Le temps de calcul du contrôle complet est deux fois plus important, alors que deux fois moins de photons ont été propagés. Dans les deux cas, la fraction de photons déposés dans les zones d'ombre visible est la même. Ces images présentent des défauts dus à la visualisation directe des photon. La section suivante présentera une méthode autorisant une visualisation indirecte.

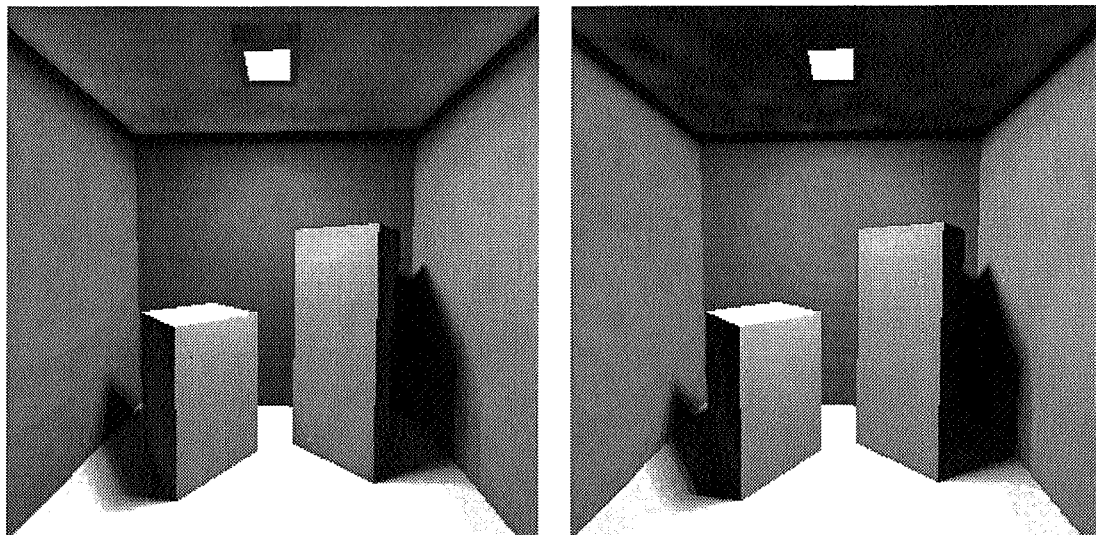
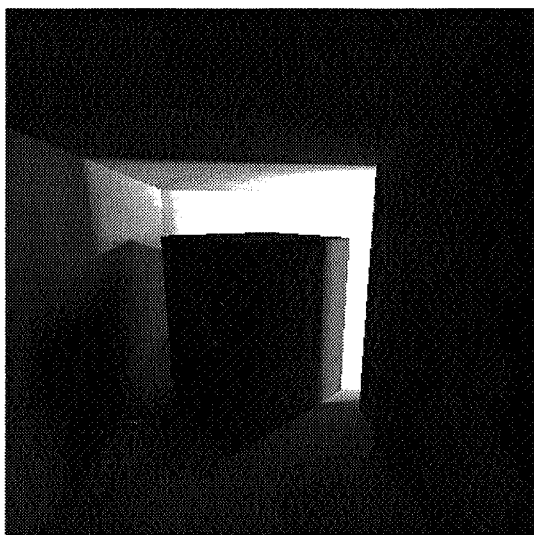
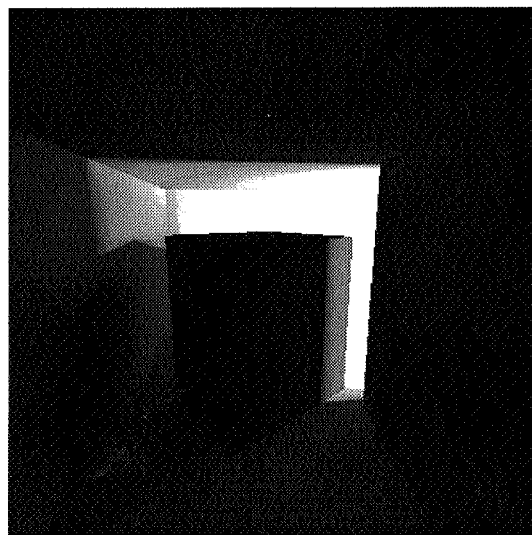


FIG. 6.11 – *Comparaison de l'estimation de densité avec séparation de longueurs de chemins (à gauche) et sans (à droite)*



Contrôle de l'émission de la source
10mn19s, 211 200 photons indirects
28% des photons dans les zones d'intérêt



Contrôle complet
19mn20s, 115 200 photons indirects
28% des photons dans les zones d'intérêt

FIG. 6.12 – *Un corridor en L, principalement éclairé indirectement.*

6.4 Rendu indirect d'objets opaques - partie 2

Visualisation indirecte des photons

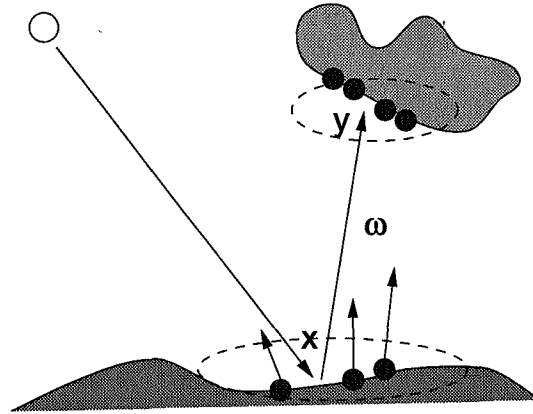
Cette partie présente une méthode basée sur la visualisation indirecte des photons, décrite au chapitre 3, permettant de calculer les effets des interrélflexions diffuses. Rappelons brièvement qu'il s'agit maintenant de déposer, dans une première passe, des photons indirects, c'est à dire ayant suivi des chemins ne comportant que des réflexions sur des objets diffus. La seconde passe utilisera la luminance réfléchie par ces photons comme approximation des interréflexions diffuses afin de construire un estimateur de Monte Carlo (cf. chapitre 3) de l'éclairement indirect en chaque point image. L'estimation sera construite en collectant la luminance incidente en chaque point, selon N directions. Ce calcul étant particulièrement lourd, nous allons également présenter une méthode d'interpolation basée sur les expressions mixtes présentées ci-dessus et sur la séparabilité du modèle de description des matériaux. Cette interpolation nous permettra de réutiliser des résultats obtenus lors de la construction de l'estimateur de Monte Carlo en d'autres points image. Afin de contrôler l'erreur de cet estimateur, nous allons également utiliser un critère perceptuel pour sélectionner le nombre de directions échantillonnées utilisé pour déterminer la luminance incidente à chaque point image.

Les sections suivantes détaillent les divers éléments de cette méthode.

6.4.1 Principe

La première passe dépose des photons en suivant des chemins lumineux ne comportant que des réflexions diffuses (le cas général, comportant également des réflexions spéculaires, sera traité plus tard). L'expression complète de la luminance incidente est stockée avec chaque photon. La luminance réfléchie vers l'œil par chaque photon est également évaluée par une simple approximation sur le domaine visible complet, la projection sur l'intervalle I_0^0 . La dépose des photons peut éventuellement être contrôlée par le potentiel, comme décrit précédemment. La seconde passe utilisera la luminance directe réfléchie par chaque photon pour contrôler le nombre d'échantillons nécessaire à la construction de l'estimateur de l'éclairement indirect. La luminance incidente de chaque photon est également évaluée sur l'intervalle I_0^0 , elle sera utilisée pour guider le choix des directions à échantillonner lors de la construction de l'estimateur de l'éclairement indirect.

La seconde passe calculera effectivement l'image en évaluant, pour chaque point image, l'éclairement indirect présent. Cette évaluation peut se faire de deux manières différentes, soit par intégration de Monte Carlo, soit par interpolation. Les prochaines sections précisent ces opérations.

FIG. 6.13 – Construction de l'estimation de l'éclairement indirect en x .

6.4.2 Estimation de l'éclairement global

Cette estimation est réalisée par intégration de Monte Carlo. Pour chaque point image, le point de collecte, noté x par la suite, est déterminé par l'intersection du rayon primaire et de la géométrie de la scène. Il faut maintenant échantillonner l'ensemble des directions incidentes au point x pour déterminer la luminance due aux interréflexions diffuses. L'estimation naïve utiliserait un échantillonnage régulier de cet ensemble de directions. Nous allons, au contraire, comme Jensen [Jen96], utiliser un tirage par importance. Il nous faut donc construire une densité de probabilité représentative de la luminance incidente au point x . Une approximation de la luminance incidente est stockée avec chaque photon, nous pouvons facilement collecter les photons proches du point x et construire la *pdf* souhaitée. Cette construction est identique à celle utilisée lors du contrôle de la réflexion des photons, présentée ci-dessus à la section 6.2.4. La figure 6.13 illustre ce processus. Une fois la *pdf* construite, un tirage par importance des directions privilégiées permettra de réduire la variance de l'estimateur de Monte Carlo.

La luminance incidente au point x selon une direction choisie, $\vec{\omega}$, est calculée par estimation de densité. Cette estimation est réalisée comme décrit à la section 6.3.3.

Cette méthode est tout simplement une approximation de l'équation de réflectance utilisant une intégration numérique guidée par importance. Les termes récursifs sont approchés par estimation de densité, au lieu d'utiliser un échantillonnage récursif supplémentaire, particulièrement coûteux.

6.4.3 Choix du nombre d'échantillons

Toute méthode d'intégration de Monte Carlo souffre du faible nombre d'échantillons utilisé. Bien que le tirage par importance permette de réduire la variance de l'estimateur, le nombre d'échantillons nécessaire pour atteindre une précision fixée, reste particulièrement élevé. Nous allons proposer l'utilisation d'un critère perceptuel pour

décider du nombre d'échantillons nécessaire.

Plusieurs chercheurs se sont penchés sur la perception de la luminance. La loi la plus connue est celle proposée par Weber-Fechner qui postule que la luminance perçue est une fonction logarithmique de la luminance :

$$L_p = k_2 \ln L + k_3 \quad (6.2)$$

Cette loi n'est cependant valide que pour un domaine limité de luminance : de quelques cd/m^2 à environ $500 cd/m^2$. Plus récemment, Blackwell a proposé une modification de cette loi, exprimée en fonction du seuil ΔL au delà duquel une différence de luminance est perceptible :

$$\Delta L = 0.054(1.219 + L^{0.4})^{2.5} \quad (6.3)$$

$$\frac{\Delta L}{L} = cste \quad (6.4)$$

Notons qu'il existe d'autres travaux, notamment ceux de Stevens et Stevens [SS63], et de Bodman *et al.* [Bod88]. Il faut également remarquer que ces lois ne sont applicables qu'à des lumières neutres. Elles conduisent à sous-estimer la luminance perçue des sources colorées, notamment dans les tons rouge, pourpre, violet, bleu, bleu-vert et de manière plus modérée dans les tons verts. Ce phénomène est connu sous le nom d'Helmholtz-Kohlraush, cf. chapitre 2. Certains chercheurs ont proposé des modifications des lois précédentes afin de s'adapter à la coloration des sources [Sèv96].

L'utilisation de la définition de la luminance perçue, L , de l'espace CIELAB n'a pas permis d'obtenir des résultats satisfaisants, aussi nous nous contentons actuellement de la loi de Weber, également utilisée par B. Walter [Wal98], par exemple. Cependant, nous allons revenir sur sa définition et l'exprimer en fonction du seuil ΔL :

$$\frac{\Delta L}{L} = cste \quad (6.5)$$

Cette formulation est particulièrement adaptée à la prédiction de la visibilité du bruit de l'estimateur de Monte Carlo. En effet, l'écart type de l'estimateur peut être utilisé comme évaluation de ΔL . Il suffit alors de construire l'estimateur incrémentalement en ajoutant un ou plusieurs échantillons à chaque itération et de stopper ce processus lorsque le critère est satisfait :

$$\frac{\sigma_{L_i(x, \vec{\omega}_r)}}{L_i(x, \vec{\omega}_r)} = k \quad (6.6)$$

où $L_i(x, \vec{\omega}_r)$ est l'estimateur construit avec i échantillons collectés dans les directions $\vec{\omega}_1, \vec{\omega}_2, \dots, \vec{\omega}_i$, et $\sigma_{L_i(x, \vec{\omega}_r)}$ son écart-type. La direction $\vec{\omega}_r$ désigne l'œil. La constante k détermine la qualité de l'estimateur en fournissant un critère de visibilité du bruit présent dans celui-ci.

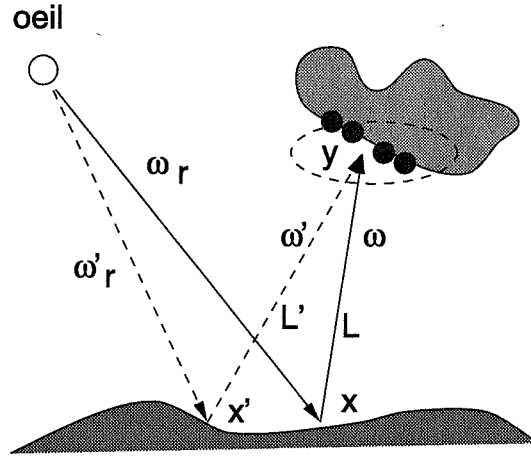


FIG. 6.14 – Géométrie du transport 3 points.

6.4.4 Transport 3 points

Le rayonnement en x provenant de y est réfléchi vers l'œil (cf. figure 6.14). Si nous voulons interpoler la luminance réfléchi par y dans le voisinage de x , nous devons prendre en compte les variations de la *BRDF* du matériau sur lequel se trouve x .

En se rappelant que le modèle de Schlick, utilisé pour décrire le comportement des matériaux, est séparable en un terme géométrique et un terme spectral et en réutilisant les notations du chapitre 4, nous pouvons écrire :

$$A_{L(x, \vec{\omega}_r)} = \int_{\Omega_i} D(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r) A_i(\vec{N} \cdot \vec{\omega}_i) d\omega_i \quad (6.7)$$

$$A_i = \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} L_\lambda(x, \vec{\omega}_r) [C(\lambda)(1 - f_u) + f_u] \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (6.8)$$

$$A'_{L(x', \vec{\omega}_r)} = \int_{\Omega_i} D'(x, \vec{\omega}_i, \vec{\omega}_r) A'_i(\vec{N}' \cdot \vec{\omega}_i) d\omega_i \quad (6.9)$$

$$A'_i = \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} L_\lambda(x', \vec{\omega}_r) [C(\lambda)(1 - f'_u) + f'_u] \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (6.10)$$

$$(6.11)$$

où $C(\lambda)$ représente le comportement spectral du matériau, et f_u , D , f'_u , D' sont les termes géométriques du modèle de Schlick en x et x' .

En considérant que les points x et x' sont à la surface du même matériau, nous pouvons réécrire les termes A_i et A'_i en x et x' :

$$A_i = (1 - f_u) A_{iLC} + f_u A_{iL} \quad (6.12)$$

$$A_{iLC} = \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} L_\lambda(x, \vec{\omega}_r) C(\lambda) \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (6.13)$$

$$A_{iL} = \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} L_{\lambda}(x, \vec{\omega}_r) \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (6.14)$$

$$A'_i = (1 - f'_u) A'_{iLC} + f'_u A'_{iL} \quad (6.15)$$

$$A'_{iLC} = \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} L_{\lambda}(x', \vec{\omega}'_r) C(\lambda) \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (6.16)$$

$$A'_{iL} = \int_{\lambda_{inf}}^{\lambda_{sup}} L_{\lambda}(x', \vec{\omega}'_r) \bar{a}(\lambda) d\lambda \quad (6.17)$$

En considérant, dans un premier temps, que $L(x, \vec{\omega}_r)$ et $L(x', \vec{\omega}'_r)$ sont identiques (équations 6.12 et 6.15), nous pouvons finalement écrire :

$$A'_i = (1 - f'_u) A_{iLC} + f'_u A_{iL} \quad (6.18)$$

Cette relation exprime les tristimulus de la surface élémentaire autour de x' en fonction des tristimulus calculés en x , ainsi que des termes géométriques de la réflexion au point x' .

N'oublions pas que les écarts colorimétriques calculés lors du passage aux tristimulus sont disponibles et que le produit par une constante est linéaire et n'introduit pas d'erreur supplémentaire. Ce qui signifie que l'on peut déterminer l'écart colorimétrique de A'_i de manière exacte. La seule approximation faite considère que les luminances L et L' sont égales, c'est à dire que les photons réfléchissent la même luminance vers les surfaces élémentaires x et x' . Si nous sommes capables d'estimer cette erreur, nous pouvons déterminer un écart colorimétrique correct en x' .

Les écarts colorimétriques obtenus en x' sont directement comparables au seuil fixé pour le rendu de l'image, nous pouvons donc en prédire la visibilité et, le cas échéant, recalculer complètement la contribution des interrélflexions diffuses en x' .

6.4.5 Interpolation

La section précédente a introduit un moyen de réutiliser en x' , des résultats calculés pour un point x appartenant à une surface élémentaire. Cette méthode fournit également l'erreur associée au changement de géométrie lors du passage entre les deux éléments de surface, qui doivent tout de même appartenir au même matériau. Pour le moment, considérons que l'approximation faite sur la luminance incidente en x' n'introduit pas d'erreur supplémentaire.

L'idée de stocker les tristimulus, A_{iLC} et A_{iL} , ainsi que leurs erreurs associées, obtenus en x afin de les réutiliser, pour les points situés sur le même matériau, est immédiate. En effet, les expressions mixtes, présentées au début de ce chapitre, nous permettent d'introduire des tristimulus comme contribution de certains chemins lumineux à la luminance réfléchie vers un point image. L'éclairement indirect est effectivement une catégorie particulière de chemins lumineux et nous pouvons, encore une fois,

utiliser cette séparation à notre avantage. Reste à définir l'utilisation de ces résultats précédents.

Imaginons que nous ayons calculé la contribution des chemins indirects en un certain nombre de points image. Pour calculer cette contribution en un nouveau point image, nous pouvons rechercher les résultats précédents obtenus sur le même matériau. Pour le nouveau point image nous avons donc un ensemble de positions x_i et de directions $\vec{\omega}_{ij}$ échantillonnées.

La première idée est d'utiliser uniquement l'écart colorimétrique des échantillons afin de déterminer si leur contribution est utilisable.

Concentrons nous sur un seul point x de l'ensemble x_i et sur son ensemble de directions échantillonnées $\vec{\omega}_i$. Nous pouvons reconstruire l'estimateur de Monte Carlo au nouveau point, x' , en modifiant la géométrie de la réflexion de chaque échantillon y_i , visible depuis x' dans la direction $\vec{\omega}'_i$. En reprennant les notations de la section précédente, nous pouvons écrire un estimateur simple en discrétisant régulièrement la somme sur Ω_i :

$$A'_{L(x', \vec{\omega}'_r)} = \int_{\Omega_i} D'(x', \vec{\omega}_i, \vec{\omega}'_r) A'_i(\vec{N}' \cdot \vec{\omega}_i) d\omega_i \quad (6.19)$$

$$A'_{L(x', \vec{\omega}'_r)} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N D'_k[(1 - f'_{ku}) A_{iL_k C} + f'_{ku} A_{iL_k}] (\vec{N}' \cdot \vec{\omega}_k) \Delta\omega_k \quad (6.20)$$

$$(6.21)$$

où $A_{iL_k C}$, A_{iL_k} représentent les tristimulus calculés en x dans la direction $\vec{\omega}_k$ et D'_k , f'_{ku} représentent les termes géométriques de la réflexion en x' dans les directions $\vec{\omega}'_k \rightarrow \vec{\omega}'_r$. $C(\lambda)$ représente le comportement du matériau sur lequel se trouvent les points x et x' . L'échantillonnage d'importance des directions $\vec{\omega}_k$ n'apparaît pas dans cette expression afin d'en faciliter légèrement la lecture.

Les écarts colorimétriques associés aux tristimulus $A_{L(x', \vec{\omega}'_r)}$ sont également calculés et peuvent être directement comparés au seuil choisi pour le rendu de l'image. Si la norme des écarts est supérieure au seuil, l'estimateur ne pourra pas être conservé. En collectant suffisamment de résultats calculés pour des points x_i proches de x' nous pouvons, la plupart du temps, arriver à construire une estimation correcte en x' . Le recalcul complet par échantillonnage de l'estimateur sera nécessaire uniquement dans les cas où aucun des points x_i ne fournit d'estimation satisfaisante.

L'approximation grossière utilisée produit évidemment des artéfacts importants. Une solution consiste à restreindre le domaine de validité de l'approximation en limitant le changement de direction de collecte. La luminance réfléchie par un point y_i vers x' ne sera prise en compte que si x' et x sont vus depuis y_i sous un angle suffisamment faible :

$$\vec{\omega}_i \cdot \vec{\omega}'_i < cste$$

Cette contrainte est une nette amélioration mais produit toujours des artéfacts importants, notamment lorsque les points x et y_i sont proches. En effet, un échantillon sera pris en compte ou pas du tout, ce qui revient à utiliser l'équivalent d'un filtre "boîte" pour reconstruire le résultat. Nous pourrions, bien sûr, utiliser une fonction plus douce, comme une gaussienne par exemple, qui permettrait de pondérer la contribution de chaque échantillon et de lisser le résultat final. Cependant, il est aussi envisageable d'utiliser le cosinus ci-dessus, $\vec{\omega}_i \cdot \vec{\omega}'_i$, comme fonction de pondération. Ainsi, plus un échantillon sera "éloigné", au sens du cosinus, moins il participera au résultat final.

6.4.6 Résultats

Résumons les différentes étapes du rendu :

- passe 1 : dépose des photons selon les chemins indirects LD^+ , la luminance associée à chacun des photons est représentée par son expression de rendu complète ;
- passe 2 : collecte de la luminance en chaque point image. La contribution des chemins indirects est évaluée soit par interpolation, soit par estimation de Monte Carlo. Les résultats de l'estimation de Monte Carlo sont stockés sous la forme décrite à la section 6.4.4. Lorsque suffisamment de résultats sont disponibles, l'interpolation vérifie la validité des échantillons et les utilise pour estimer la luminance des chemins indirects. Un opérateur contenant le tristimulus de l'estimation est inséré dans les expressions de rendu construites pendant la collecte, comme décrit au début du chapitre.

La figure 6.15 présente une image de référence calculée par estimation de Monte Carlo utilisant 70 échantillons, en moyenne, par point image. Le rendu de cette image a nécessité 3h 22mn. La figure 6.16 présente la même scène calculée avec l'interpolation utilisant la contrainte sur le cosinus. La partie droite de la figure présente la distribution des points image calculés par estimation de Monte Carlo. 71% de l'image a été calculée par interpolation en 1h 55mn et 80 échantillons ont été utilisés, en moyenne, pour chaque point image, alors que 1500, environ, étaient disponibles dans le voisinage. Le taux de rejet provoqué par la contrainte sur le cosinus est particulièrement important et la reconstruction par un filtre "boîte" introduit donc un bruit important dans l'image.

La figure 6.17 présente toujours la même *Cornell Box*, cette fois calculée par interpolation pondérée par le cosinus. La partie droite de la figure montre la distribution des points image calculés par estimation de Monte Carlo. Cette estimation a également utilisé, en moyenne, 70 échantillons. 96% de l'image a été interpolé, pour un temps de calcul de 18mn, en utilisant, en moyenne, 320 échantillons par point image.

La figure 6.18 présente les mêmes résultats pour la version "colorée" de la *Cornell Box*. Le rendu a nécessité 36mn, et interpolé 98% de l'image en utilisant 380 échantillons. Les estimations de Monte Carlo ont utilisé 74 échantillons. L'éclairement de la scène est plus complexe et la méthode d'interpolation relève un certain nombre de défauts. Il est

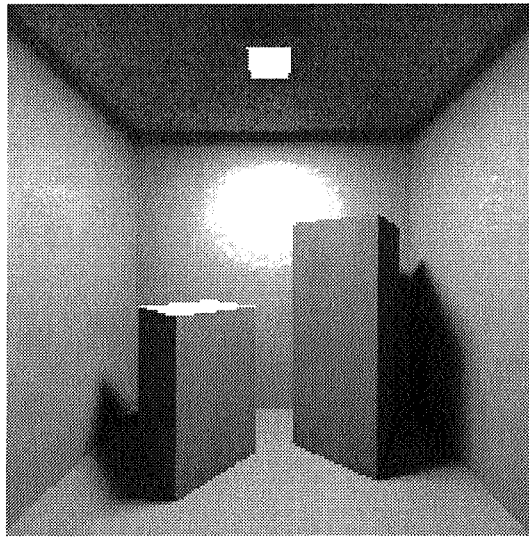


FIG. 6.15 – *Image de référence, estimation de Monte Carlo, 70 échantillons, 3h 22mn.*

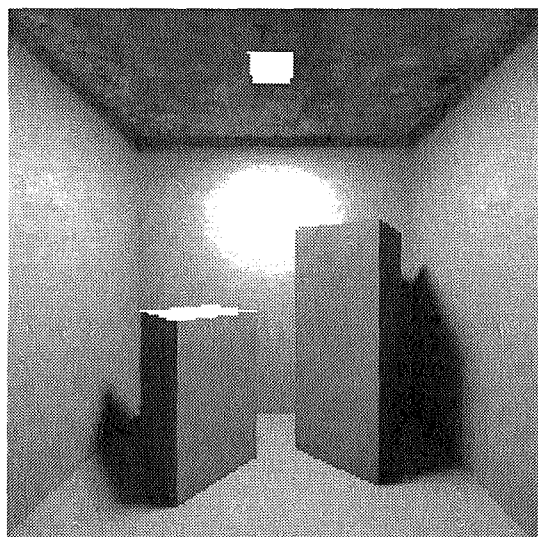
difficile, dans ce cas, de juger de l'erreur commise par rapport à l'image de référence qui présente elle-même un bruit important.

La figure 6.19 donne un résultat supplémentaire sur la scène du corridor. La partie gauche de la figure exhibe la solution non interpolée, calculée avec 90 échantillons par point image. L'image de la partie droite a été interpolée à 96% en utilisant 450 échantillons, pour un temps de calcul de 15mn. Un nouveau défaut apparaît, en bas, à gauche, des "tâches" importantes franchissent l'ombre du cube sur le sol. La visibilité des échantillons n'est pas recalculée pour le nouveau point de collecte et certains échantillons sont utilisés à tort.

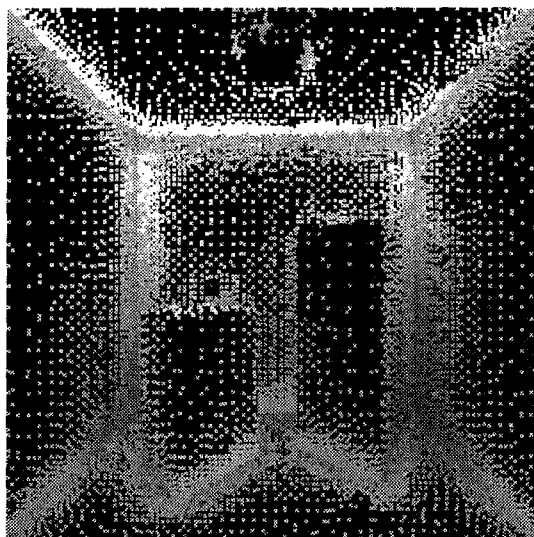
6.5 Rendu indirect d'objets transparents

L'intégration du rendu local dispersif présenté au chapitre précédent ne pose pas de problèmes théoriques mais l'implémentation n'a pas été réalisée, aussi ne pouvons nous pas montrer quelques images incluant des objets dispersifs et l'éclairement global de la scène.

La simulation des chemins indirects généraux, c'est à dire pouvant comporter des réflexions ou des réfractions spéculaires nécessite d'évaluer le potentiel de manière adaptative, au lieu de se contenter d'une approximation moyenne sur l'ensemble du domaine visible. De même, l'implémentation actuelle des expressions de rendu mixtes n'utilise que des tristimulus intégrés sur l'ensemble du domaine visible, alors que leur restriction à un intervalle particulier est une extension évidente.

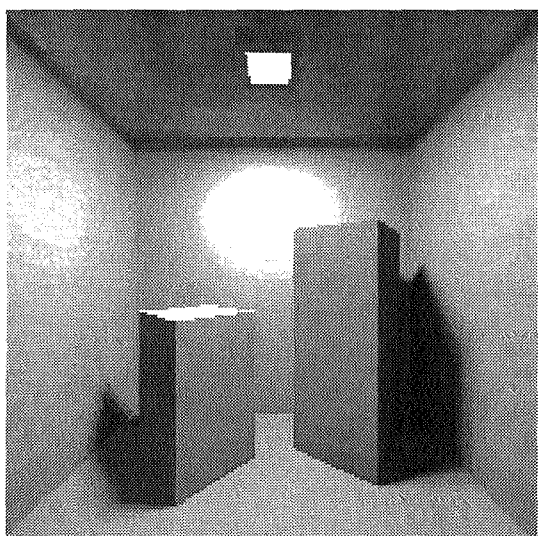


Cornell box neutre, 1h 55mn

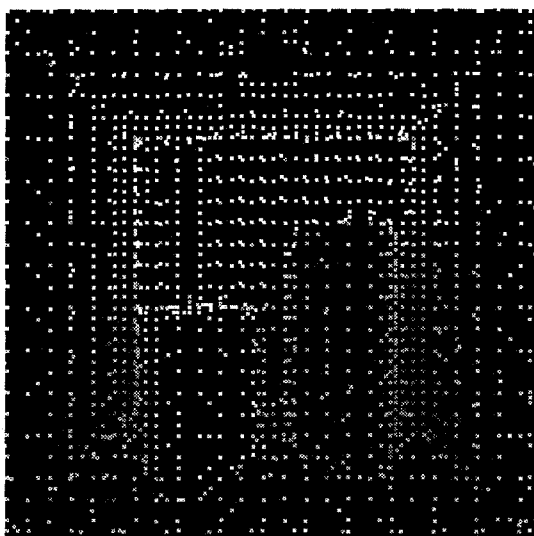


Eclairage indirect calculé

FIG. 6.16 – Interpolation, pondération par $\vec{\omega}_i \cdot \vec{\omega}'_i < 0.995$.

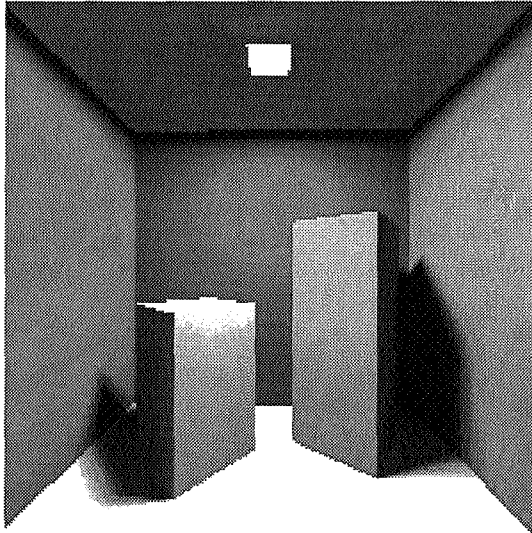
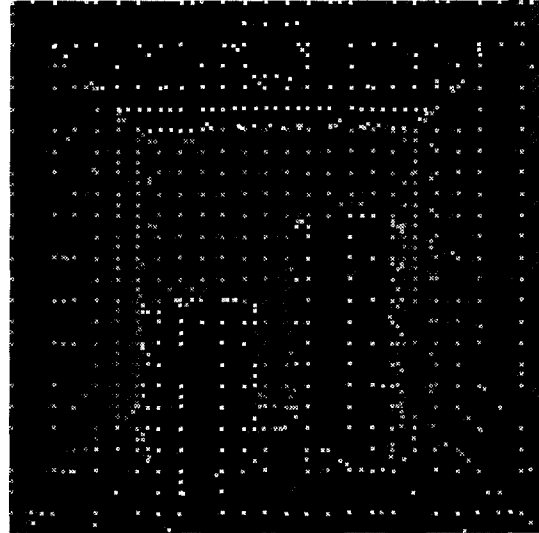
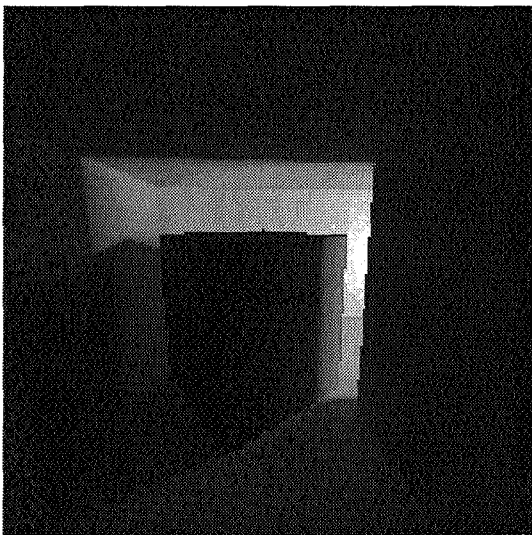
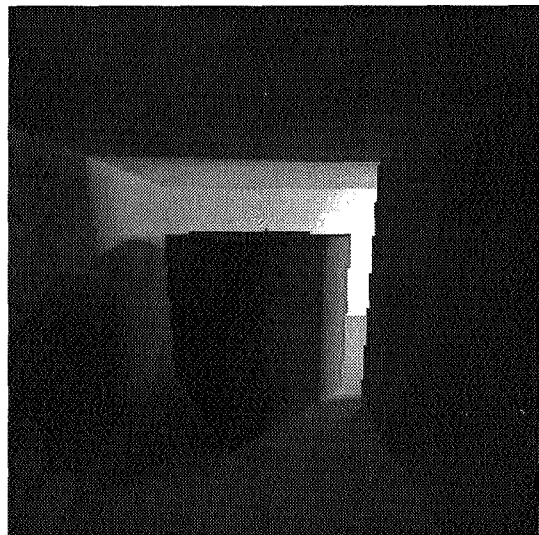


Cornell box neutre, 18mn



Eclairage indirect calculé

FIG. 6.17 – Interpolation, pondération par $\vec{\omega}_i \cdot \vec{\omega}'_i$.

*Cornell box, 36mn**Eclairage indirect calculé*FIG. 6.18 – Interpolation, pondération par $\vec{\omega}_i \cdot \vec{\omega}_i'$.*Corridor, estimation de Monte Carlo,
89 échantillons, 3h 34mn**Interpolation, 96%, 446 échantillons
15mn*FIG. 6.19 – Interpolation, pondération par $\vec{\omega}_i \cdot \vec{\omega}_i'$.

6.6 Quelques idées ...

Les critères d'interpolation utilisés ne sont pas réellement satisfaisants, l'approximation faite sur la luminance incidente est bien trop forte. Une estimation de cette erreur est envisageable, encore une fois en utilisant la séparabilité du modèle de Schlick. L'estimation correcte de cette erreur permettrait d'améliorer grandement la qualité des images. En effet, l'interpolation est capable de réutiliser les échantillons de nombreux estimateurs de Monte Carlo calculés sur le même matériau. Ce fait est déjà présent dans les résultats précédents, 70 échantillons sont utilisés en moyenne pour la construction des estimateurs, alors que l'interpolation est capable d'en réutiliser environ 300, répartis sur plusieurs estimateurs. On peut donc espérer suréchantillonner localement la luminance, ou du moins, arriver à un taux d'échantillonnage décent, à moindre frais.

De même, il est nécessaire de tester l'utilisation de lois prédisant la perception des lumières colorées plus évoluées que celle de Weber ou de ses variantes, utilisant une luminance équivalente. Cela permettrait de réduire la visibilité du bruit des estimateurs de Monte Carlo de manière plus importante. L'utilisation de ces lois permettraient également de déterminer un découpage des sources surfaciques [Zan98] plus adapté à la vision humaine.

La modélisation vectorielle de l'éclairement est également très intéressante mais nécessite, dans le cadre des expressions de rendu, de définir l'opération inverse sur la représentation adaptative. Les remarques précédentes du chapitre 4 indiquent que ce n'est pas évident avec la représentation actuelle.

L'utilisation de modèles mesurés de matériaux est particulièrement prometteuse, mais nécessite évidemment la conception de nouveaux algorithmes n'exploitant pas la séparabilité du modèle de Schlick. Cependant, le ridicule nombre de mesures disponibles ne rends pas cette évolution prioritaire. Il est par contre possible de modifier le gonio-photomètre virtuel mis au point par N. Noé [Noé99] afin de calculer quelques données utilisables. Mais cela nécessitera surtout de définir une nouvelle représentation adaptative des matériaux, ce qui est une tâche ardue. Néanmoins, de nombreux travaux sont en cours dans ce domaine précis.

Chapitre 7

Conclusions et perspectives

Les rendus spectraux ont longtemps été délaissés à cause de la masse de calculs nécessaire à leur simulation. Cette thèse propose l'utilisation de critères perceptuels et d'algorithmes spécifiques afin d'éliminer une quantité importante de ces calculs. En effet, des critères perceptuels aussi simples que la sensibilité spectrale de l'œil, permettent de déterminer une précision mieux adaptée pour réaliser les simulations. La prise en compte de phénomènes de plus haut niveau, comme le masquage, l'adaptation en luminance, l'adaptation chromatique ou l'apparence colorée permettra certainement d'obtenir des gains encore plus significatifs.

La représentation adaptative des données spectrales, incluant la sensibilité de l'œil, introduite par G. Rougeron et B. Péroche [RP97], est à la base de ces algorithmes. Son extension aux *expressions de rendu* est la contribution principale de cette thèse. Le cadre ainsi défini a permis de mieux comprendre la complexité de nombreux phénomènes et de proposer des variantes adaptées, rendant l'utilisation des expressions de rendu plus efficace. Ainsi, les *expressions mixtes*, introduites au chapitre 6, permettant d'utiliser conjointement une distribution d'énergie sur le domaine visible et des tristimulus, ont été un pas déterminant vers la simulation de l'éclairement global. La construction progressive des cartes de photons proposée au chapitre 5 et publiée récemment [IP00], constitue également une contribution originale de cette thèse.

Cette utilisation intensive de la représentation adaptative a également permis de révéler quelques défauts, notamment la difficulté de définir de nouvelles opérations ainsi que l'introduction systématique d'une erreur. Cette erreur ne devient pénalisante qu'au delà d'un certain nombre d'interactions, mais la simulation de phénomènes particuliers arrive rapidement à ces limites. Il y a tout de même un bon espoir de définir une variante de la représentation et de corriger ces quelques défauts. Rappelons cependant que les gains en temps de calcul sont régulièrement de l'ordre d'un facteur 10 ou plus, pour une précision contrôlée.

La conception ainsi que l'intégration d'un modèle de vision au contrôle perceptuel est également une voie prometteuse, dont Jean-Philippe Farrugia a la charge, désormais.

En effet, une simulation de la perception humaine plus complète que celle utilisée ici permettra de définir plus finement la précision des simulations et d'obtenir de meilleurs gains. Il faut également noter que la reproduction fidèle de la perception est absente de cette thèse. En effet, les algorithmes de simulation présentés reposent sur la perception de l'observateur de la scène et non pas sur la perception d'un observateur d'une reproduction de la scène sur un media particulier, comme un écran ou un tirage papier.

La propagation des photons dans la scène est également un point très important des méthodes présentées dans ce document. Bien que des méthodes évoluées permettent de déposer les photons dans les zones importantes de la scène, de nombreuses voies de recherches restent à explorer. Notamment, l'utilisation d'un critère perceptuel pour contrôler l'erreur de reconstruction, couplée à des techniques de contrôle de densité devrait permettre de mettre au point des méthodes plus intelligentes de propagation de photons.

L'objectif premier de la synthèse d'image est le réalisme, cependant la définition du réalisme est l'objet de nombreuses discussions. En effet, les approches actuelles tendent vers la diminution des temps de calcul et l'accroissement du nombre de phénomènes correctement simulés. Néanmoins, il est certainement très intéressant de se demander ce qui permet au cortex de reconstruire et d'organiser les objets qu'il observe. Calculer une image contenant plusieurs millions de points, dont la couleur est représentative des phénomènes lumineux est évidemment une manière d'aboutir au résultat escompté : ne pas faire la différence entre une image de synthèse et la réalité. Une autre solution consisterait à rechercher quelles sont les informations nécessaires au cortex et à les représenter correctement, afin de créer l'illusion du réel. De nouvelles classes d'algorithmes pourraient utiliser ces connaissances pour créer de meilleures images, plus vite ...

Bibliographie

- [Ben90] J.L. Bentley. K-d trees for semidynamic point sets. In *Proceedings of the 6th Annual Symposium on Computational Geometry*, pages 187–197, June 1990.
- [Bli77] J. Blinn. Models of light reflection for computer synthesized pictures. *Computer Graphics*, 11(4):192–198, 1977.
- [BM95] M.R. Bolin and G.W. Meyer. A frequency based ray tracer. *Computer Graphics*, 29(3):409–418, August 1995.
- [BM98] M.R. Bolin and G.W. Meyer. A perceptually based adaptative sampling algorithm. *Computer Graphics*, 33(3):299–309, July 1998.
- [BN95] H. Bach and N. Neuroth. *The properties of optical glass*. Springer, 1995.
- [Bod88] H. W. Bodmann. Luminance et luminosité. *LUX*, (148):7–11, 1988.
- [Bor91] C. F. Borges. Trichromatic approximation for computer graphics illumination models. In *SIGGRAPH '91*, volume 25, pages 101–104, 1991.
- [Bor94] C. F. Borges. Numerical determination of tristimulus values. *J. Opt. Soc. Am. A*, 11(12):3152–3161, 1994.
- [Cal98] P. Callet. *Couleur - lumière, Couleur - matière*. Diderot Editeur, Arts et Sciences, 1998.
- [CLR92] T.H. Cormen, C.E. Leiserson, and R.L. Rivest. *Introduction to algorithms*. MIT Press and McGraw-Hill Book Company, 6th edition, 1992.
- [Col97] S. Collins. *Wavefront tracking for global illumination solutions*. PhD thesis, Trinity College, Dublin, January 1997.
- [Dal93] S. Daly. the visible differences predictor : An algorithm for the assessment of image fidelity. In *Digital Images and Human Vision*, pages 179–205, 1993.
- [dFS97] L. H. de Figueiredo and J. Stolfi. *Self-Validated Numerical Methods and Applications*. Brazilian Mathematics Colloquium monograph, IMPA, Rio de Janeiro, Brazil, 1997. <http://www.dcc.unicamp.br/~stolfi/EXPORT/papers/by-tag/fig-sto-97-iaaa.ps.gz>.

- [DMCP94] P.M. Deville, S. Merzouk, D. Cazier, and J.C. Paul. Spectral data modeling for a lighting application. *Computer Graphics Forum*, 13(3):97–106, 1994. Eurographics '94.
- [DW94] P. Dutre and Y.D. Willems. Importance-driven monte carlo light tracing. In *Proceedings of the 5th Eurographics Workshop on Rendering*, pages 185–194, 1994.
- [DW95] P. Dutre and Y.D. Willems. Potential-driven monte carlo particle tracing for diffuse environments with adaptive probability density functions. In *Rendering Techniques '95 (Proceedings of the 6th Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 306–315. Springer-Verlag, 1995.
- [DW00] DiCarlo and B. Wandell. Rendering high dynamic range images. In *SPIE, Image Sensors Vol 3965*, 2000.
- [EM99] G.F. Evans and M.D. McCool. Stratified wavelength clusters for efficient spectral monte carlo rendering. In *Proceedings of Graphics Interface'99*, pages 42–49, 1999.
- [Fol94] J. M. Foley. Human luminance pattern-vision mechanisms: masking experiments require a new model. *J. Opt. Soc. Am. A*, 11(6):1710–1719, 1994.
- [FP99] J. Ph. Farrugia and B. Péroche. Une métrique perceptuelle entre images. In *12^e Journées AFIG*, pages 166–175, November 1999.
- [FPSG97] J. A. Ferwerda, S. N. Pattanaik, P. Shirley, and D. P. Greenberg. A model of visual masking for computer graphics. In *SIGGRAPH 97 Conference Proceedings*, pages 143–152, August 1997.
- [GH97] S. Gibson and R.J. Hubbard. Perceptually-driven radiosity. *Computer Graphics Forum*, 16(2):129–141, 1997.
- [Gla94] A. S. Glassner. A model for fluorescence and phosphorescence. In *Rendering Techniques '94 (Proceedings of the 5th Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 57–66. Springer-Verlag, 1994.
- [Gla95] A. S. Glassner. *Principles of Digital Image Synthesis*. Morgan Kaufmann Publishers, 1995.
- [GMN94] J. S. Gondek, G. W. Meyer, and J. G. Newman. Wavelength dependent reflectance functions. In *Computer Graphics*, volume 26, pages 213–220, 1994.
- [Hec90] P.S. Heckbert. Adaptive radiosity textures for bidirectional ray tracing. *Computer Graphics*, 24(4):145–154, August 1990.
- [HH64] J. M. Hammersley and D. C. Handscomb. *Monte Carlo methods*. Chapman and Hall, London, 1964.

- [HK93] P. Hanrahan and W. Krueger. Reflection from layered surfaces due to sub-surface scattering. In *Computer Graphics*, volume 27, pages 165–174, 1993.
- [HL93] T. Hastie and C. Loader. Local regression: Automatic kernel carpentry. *Statist. Sci.*, 8:120–143, 1993.
- [IP00] J.C. Iehl and B. Péroche. An adaptive spectral rendering with a perceptual control. *Computer Graphics Forum*, 19(3), 2000. Eurographics 2000.
- [Jen95] H. W. Jensen. Importance Driven Path Tracing Using the Photon Map. In *Rendering Techniques '95 (Proceedings of the Sixth Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 326–335. Springer-Verlag, 1995.
- [Jen96] H.W. Jensen. Global illumination using photon maps. In *Rendering Techniques '96 (Proceedings of the 7th Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 22–31, 1996.
- [Jen97] H.W. Jensen. Rendering caustics on non-lambertian surfaces. *Computer Graphics Forum*, 16(1):57–64, 1997.
- [Kaj86] J. T. Kajiya. The rendering equation. *Computer Graphics*, 20(4):143–150, August 1986.
- [KM95] F. A. A. Kingdom and K. T. Mullen. Separating colour and luminance information in the visual system. *Spatial Vision*, 9(2):191–219, 1995.
- [Laf96] E. Lafortune. *Mathematical models and monte carlo algorithms for physically based rendering*. PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven, February 1996.
- [Lub95] J. Lubin. A visual discrimination model for imaging system design and evaluation. In *Vision models for target detection and recognition*, pages 245–283, 1995. World Scientific, New Jersey.
- [LW95] E. P. Lafortune and Y. D. Willems. A 5D Tree to Reduce the Variance of Monte Carlo Ray Tracing. In P. M. Hanrahan and W. Purgathofer, editors, *Rendering Techniques '95 (Proceedings of the Sixth Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 11–20. Springer-Verlag, 1995.
- [Mal86] L. T. Maloney. Evaluation of linear models of surface spectral reflectance with small numbers of parameters. *J. Opt. Soc. Am. A*, 3:1673–1683, 1986.
- [Mey88] G.W. Meyer. Wavelength selection for synthetic image generation. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 41(1):57–79, January 1988.
- [MH92] D. Mitchell and P. Hanrahan. Illumination from curved reflectors. In *SIGGRAPH'92*, volume 26, pages 283–291, July 1992.

- [MMD76] C.S. McCamy, H. Marcus, and J.G. Davidson. A color-rendition chart. *Journal of Applied Photographic Engineering*, 2(3):95–99, July 1976.
- [Mul85] K. Mullen. The contrast sensitivity of human colour vision to red-green and blue-yellow chromatic gratings. *J. Physiology*, 359:381–400, 1985.
- [Mus89] F.K. Musgrave. Prisms and rainbows: a dispersion model for computer graphics. In *Proceedings of Graphics Interface '89*, pages 227–234, 1989.
- [MW92] D. H. Marimont and B. A. Wandell. Linear models of surface and illuminant spectra. *J. Opt. Soc. Am. A*, 11:1905–1913, 1992.
- [Mys97] K. Myszkowski. Lighting reconstruction using fast and adaptive density estimation techniques. In *Eurographics Rendering Workshop 1997*, pages 251–262, June 1997.
- [Mys98] K. Myszkowski. The visible differences predictor: applications to global illumination problems. In *Rendering Techniques '98*, pages 223–236, June 1998.
- [Nil82] N.J. Nilsson. *Principles of Artificial Intelligence*. Symbolic Computation. Springer-Verlag, 1982.
- [Noé99] N. Noé. *étude de fonctions de distribution de la réflectance bidirectionnelle*. PhD thesis, Ecole des Mines de Saint-Etienne, France, 1999.
- [NRH⁺77] F. E. Nicodemus, J. C. Richmond, J. J. Hsia, I. W. Ginsberg, and T. Limperis. Geometric considerations and nomenclature for reflectance. Monograph 161, National Bureau of Standards (US), October 1977.
- [Pee93] M.S. Peercy. Linear color representations for full spectral rendering. In *Computer Graphics*, volume 27, pages 191–198, August 1993.
- [PFFG98] S. N. Pattanaik, J. A. Ferwerda, M. D. Fairchild, and D. P. Greenberg. A multiscale model of adaptation and spatial vision for realistic image display. In *SIGGRAPH 98 Conference Proceedings*, August 1998.
- [PGMR98] B. Péroche, D. Ghazanfarpour, D. Michelucci, and M. Roelens. *Informatique graphique, méthodes et modèles*. Editons Hermes, 1998.
- [Pho75] B. T. Phong. Measuring and modeling anisotropic reflection. *Com. of the ACM*, 18(6):449–455, 1975.
- [PM93] S. N. Pattanaik and S. P. Mudur. The potential equation and importance in illumination computations. *Computer Graphics forum*, 12(2):131–136, 1993.
- [PM95] S. N. Pattanaik and S. P. Mudur. Adjoint equations and random walks for illumination computation. *ACM Trans. on. Graphics*, 14(1):77–102, 1995.

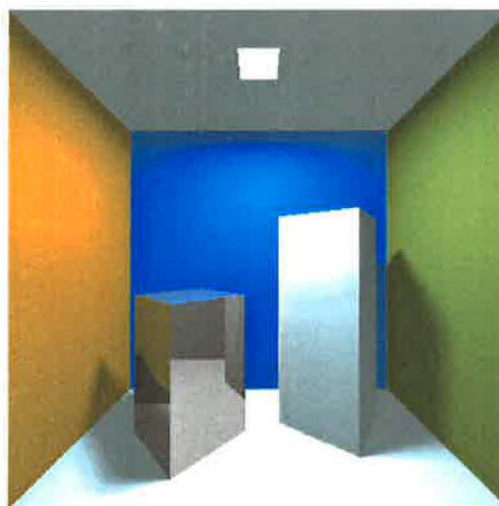
- [PP98] I. Peter and G. Pietrek. Importance driven construction of photon maps. In *Rendering Techniques '98 (Proceedings of the 9th Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 269–280. Springer-Verlag, 1998.
- [RF91] M. Raso and A. Fournier. A piecewise polynomial approach to shading using spectral distributions. In *Proceedings of Graphics Interface '91*, pages 40–46, June 1991.
- [Rou98] G. Rougeron. *Problèmes liés à la couleur en synthèse d'images*. PhD thesis, Ecole des Mines de Saint-Etienne, France, January 1998.
- [RP97] G. Rougeron and B. Péroche. An adaptive representation of spectral data for reflectance computations. In *Rendering Techniques '97*, pages 127–138. Eurographics, June 1997.
- [RP98] G. Rougeron and B. Péroche. Color fidelity in computer graphics : a survey. *Computer Graphics Forum*, 17(1):1–13, 1998.
- [RPG99] M. Ramasubramanian, S. Pattanaik, and D.P. Greenberg. A perceptually based physical error metric for realistic image synthesis. In *SIGGRAPH'99*, volume 33, pages 73–82, 1999.
- [Rub81] R. Y. Rubinstein. *Simulation and the Monte Carlo method*. John Wiley and Sons, New York, 1981.
- [Sch94a] C. Schlick. An inexpensive BRDF model for physically-based rendering. *Computer Graphics Forum*, 13(3):C/233–C/246, 1994.
- [Sch94b] C. Schlick. A survey of shading and reflectance models. *Computer Graphics Forum*, 13(2):C/121–C/132, 1994.
- [SGM97] Morgan Schramm, Jay Gondek, and Gary Meyer. Light scattering simulations using complex subsurface models. In *Graphics Interface '97*, pages 56–67, 1997.
- [Sil86] B.W. Silverman. *Density Estimation for statistics and data analysis*. Chapman et Hall, 1986.
- [SK99] L. Szirmay-Kalos. Monte-carlo global illumination methods - state of the art and new developments. In *SCCG*, 1999. http://www.fsz.bme.hu/~szirmay/scstar_link.html.
- [SKPP99] L. Szirmay-Kalos, D. Péter, and W. Purgathofer. Analysis of the quasi-monte carlo integration of the rendering equation. In *WSCG*, 1999. http://www.fsz.bme.hu/~szirmay/disc2_link.html.
- [SS63] S. S. Stevens and J. C. Stevens. Brightness function : Effect of adaptation. *J. Opt. Soc. Am. A*, 53(3):375–385, 1963.

- [SSS92] B. Smith, C. Spiekermann, and R. Sember. Numerical methods for colorimetric calculations : A comparison of integration methods. *Color Research and Application*, 17(6) :384–393, 1992.
- [Ste94] A. Stentz. Optimal and efficient path planning for partially-known environments. In Edna Straub and Regina Spencer Sipple, editors, *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation. Volume 4*, pages 3310–3317. IEEE Computer Society Press, May 1994.
- [Ste95] A. Stentz. The focussed D* algorithm for real-time replanning. In *Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pages 1652–1659, August 1995.
- [Sèv96] R. Sève. *Physique de la couleur*. Masson, 1996.
- [SW00] F. Suykens and Y. Willems. Density control for photon maps. In *Workshop on Rendering 2000*, June 2000.
- [TAP98] C.C. Taylor, J.P. Allebach, and Z. Pizlo. The image fidelity assessor. In *Proceedings of the 1998 IS&T Image Processing, Image Quality, and Image Capture Systems Conference*, pages 223–236, May 1998.
- [TH94] P. Teo and D. Heeger. Perceptual image distortion. In *Proceedings ICIP-94 (IEEE International Conference on Image Processing)*, volume 2, pages 982–986, November 1994.
- [Tho86] S.W. Thomas. Dispersive refraction in ray tracing. *The Visual Computer*, 2:3–8, 1986.
- [Tre93] A. Tremeau. *Contribution des modèles de la perception visuelle à l'analyse d'images couleurs*. PhD thesis, Université Jean Monnet, France, October 1993.
- [TT99] J. Tumblin and G. Turk. Lcis : A boundary hierarchy for detail-preserving contrast reduction. In *SIGGRAPH 99 Conference Proceedings*, August 1999.
- [Vea97] E. Veach. *Robust monte carlo methods for light transport simulation*. PhD thesis, Stanford University, December 1997.
- [vKO91] M.J. van Kreveld and M.H. Overmars. Divided $k - d$ trees. *Algorithmica*, 6:840–858, 1991.
- [Wal75] R. Wallis. Fast computation of tristimulus values by use of gaussian quadrature. *J. Opt. Soc. Am. A*, 65(1) :91–94, 1975.
- [Wal98] B. J. Walter. *Density Estimation Techniques for Global Illumination*. PhD thesis, Cornell University, August 1998.

- [Wan87] B. A. Wandell. The synthesis and analysis of color images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-9(1):2–13, January 1987.
- [Wan99] B. Wandell. Computational neuroimaging: Color representations and processing. In *Cognitive Neuroscience*. Cambridge University Press, 1999.
- [Wan00] B. Wandell. Color appearance and the digital imaging pipeline. In *International Conference on Pattern Recognition*, 2000.
- [WAT92] S. H. Westin, J. R. Arvo, and K. E. Torrance. Predicting reflectance functions from complex surfaces. In *Computer Graphics*, volume 26, pages 255–264, 1992.
- [WH92] G. J. Ward and P. S. Heckbert. Irradiance gradients. In *Third Eurographics Workshop on Rendering*, pages 85–98, 1992.
- [Whi80] T. Whitted. An improved illumination model for shaded display. *Communications of the ACM*, 23(6):343–349, 1980.
- [WHS97] B. Walter, P. M. Hubbard, P. Shirley, and D. P. Greenberg. Global illumination using local linear density estimation. *ACM Transactions on Graphics*, 16(3):217–259, July 1997.
- [WRC88] G. J. Ward, F. M. Rubinstein, and R. D. Clear. A ray tracing solution for diffuse interreflection. *Computer Graphics*, 22(4):85–92, 1988.
- [WS82] G. Wysecki and W. Stiles. *Color Science: Concepts and Methods, Quantitative Data and Formulae*. John Wiley and Sons, New York, 1982.
- [WS97] A. B. Watson and J. A. Solomon. Model of visual contrast gain control and pattern masking. *J. Opt. Soc. Am. A*, 14(9):2379–2391, 1997.
- [YKIS88] Y. Yuan, T.L. Kunii, N. Inamoto, and L. Sun. Gemstonefire: adaptive dispersive ray tracing of polyhedrons. *The Visual Computer*, 4:259–270, 1988.
- [Zan98] J. Zaninetti. *Modélisation vectorielle de l'éclairage global en lancer de rayons*. PhD thesis, Ecole des Mines de Saint-Etienne, France, October 1998.
- [ZCB97] E. Zeghers, S. Carré, and K. Bouatouch. Error-bound wavelength selection for spectral rendering. *The Visual Computer*, 13(9+10):424–434, 1997.



Cornell box, seuil CIELAB 3



Cornell box, seuil trop important

FIG 5.3 - Influence du seuil de rendu, page 99

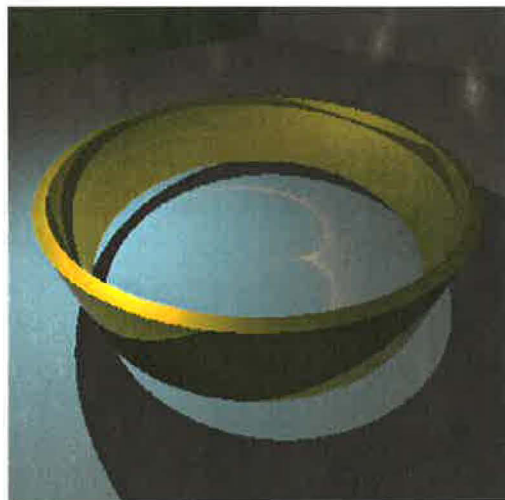


FIG 5.10 - Caustique sur un matériau opaque, rendu adaptatif, page 106

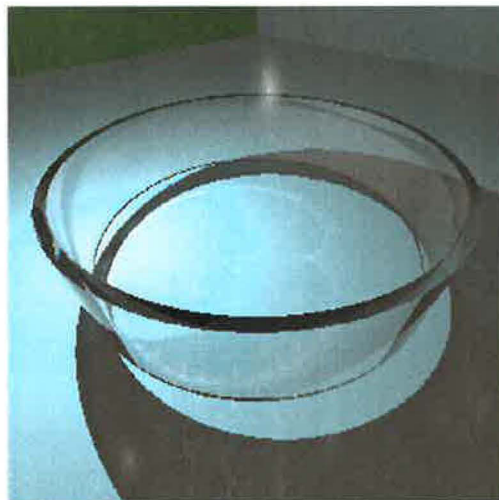


FIG 5.11 - Caustique sur un matériau transparent, rendu adaptatif, page 106

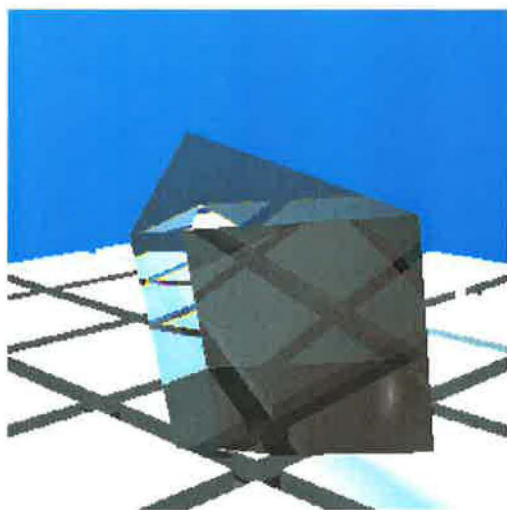
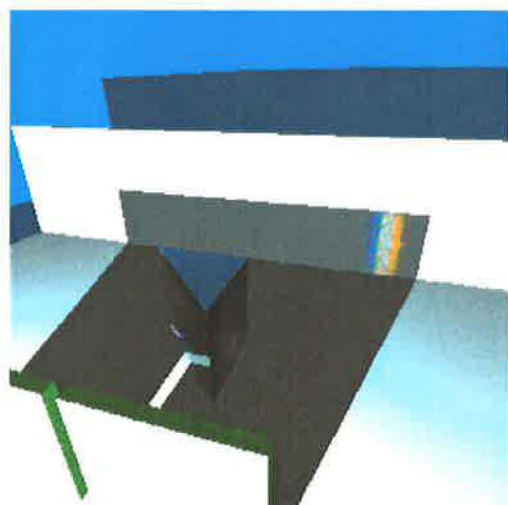
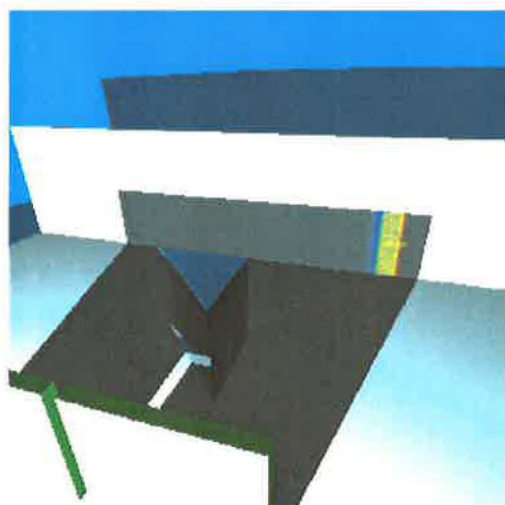


FIG 5.12 - *Collecte dispersive, rendu adaptatif, page 107*

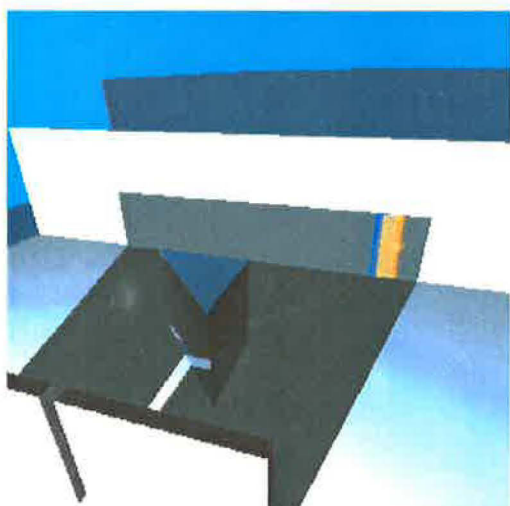


Rendu adaptatif, 9mn41s

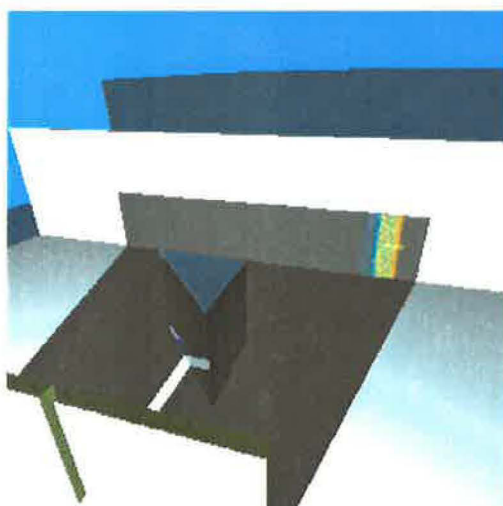


Rendu classique 16 intervalles, 20mn31s

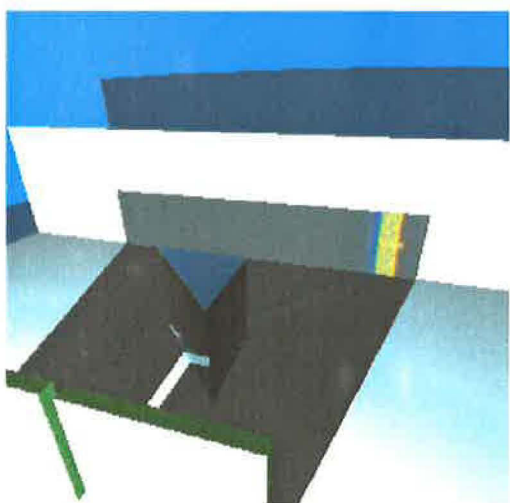
FIG 5.13 - *Caustique dispersive, page 108*



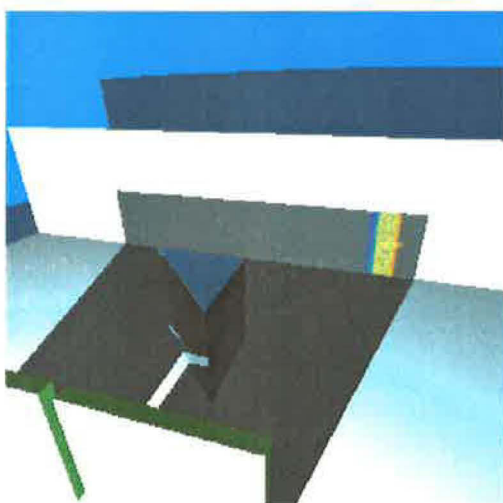
2 échantillons
4mn35s, 154 000 photons



4 échantillons
6mn46s, 233 000 photons



8 échantillons
11mn15s, 404 000 photons



16 échantillons
20mn31s, 730 000 photons

FIG 5.14 - *Caustique dispersive, échantillonnage régulier, page 109*



Contrôle de l'émission de la source
 10mn19s, 211 200 photons indirects
 28% des photons dans les zones d'intérêt



Contrôle complet
 19mn20s, 115 200 photons indirects
 28% des photons dans les zones d'intérêt

FIG 6.12 - Un corridor en L, principalement éclairé indirectement, page 125



FIG 6.15 - Image de référence, estimation de Monte Carlo, 70 échantillons, 3h 22mn, page 133



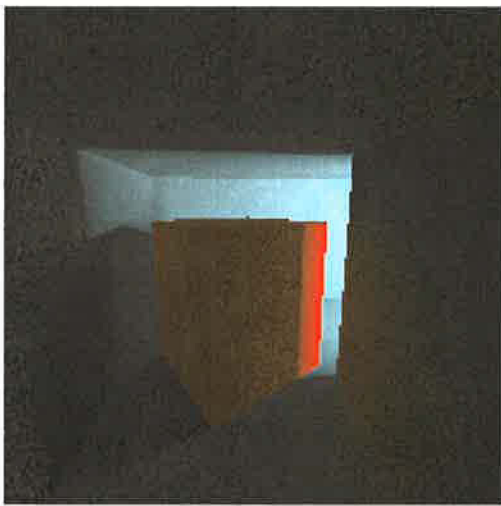
FIG 6.16 - *Cornell box neutre, 1h 55mn,*
 $\vec{\omega}_i \cdot \vec{\omega}'_i < 0.995$, page 133



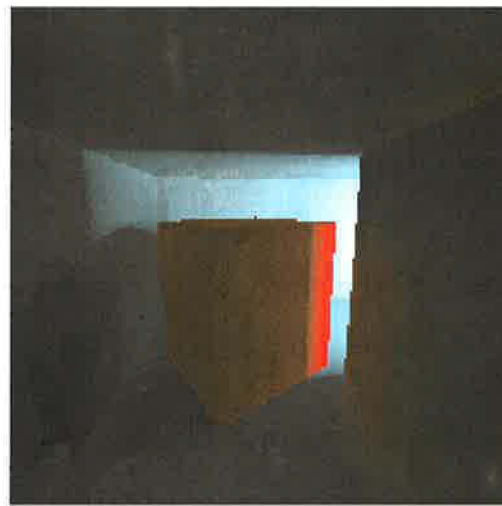
FIG 6.17 - *Cornell box neutre, 18mn,*
 $\vec{\omega}_i \cdot \vec{\omega}'_i$, page 134



FIG 6.18 - *Cornell box, 36mn,* $\vec{\omega}_i \cdot \vec{\omega}'_i$, page 134



*Corridor, estimation de Monte Carlo,
89 échantillons, 3h 34mn*



*Interpolation, 96%, 446 échantillons
15mn*

FIG 6.19 - Interpolation, pondération par $\vec{\omega}_i \cdot \vec{\omega}'_i$, page 135

